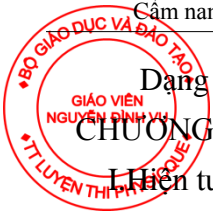


## MỤC LỤC

PHẦN I. CẤU TRÚC ĐỀ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC MÔN VẬT LÝ CỦA BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO .....	4
I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH [40 câu] .....	4
II. PHẦN RIÊNG [10 câu] .....	5
PHẦN II: CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP.....	5
CHƯƠNG I. DAO ĐỘNG CƠ.....	5
I.Đại cương về dao động điều hòa.....	5
Dạng 1: Nhận biết phương trình dao động. ....	5
Dạng 2: Xác định li độ, vận tốc và gia tốc tại thời điểm t biết trước.....	6
Dạng 3: Vận tốc và gia tốc cực đại.....	6
Dạng 4: Vận tốc và gia tốc tại vị trí có li độ x biết trước. ....	6
Dạng 5: Xác định thời điểm vật đi qua vị trí đã biết x (hoặc v, a, $W_t$ , $W_d$ , F) lần thứ n .....	6
Dạng 6: Bài toán tìm li độ, vận tốc dao động sau (trước) thời điểm t một khoảng thời gian $\Delta t$ . Biết tại thời điểm t vật có li độ $x = x_0$ . ....	7
Dạng 7: Cho phương trình dao động. Tìm khoảng thời để vật đi từ vị trí có li độ $x_1$ đến $x_2$ theo một tính chất nào đó. ....	7
Dạng 8: Quãng đường và số lần vật đi qua li độ $x^*$ từ thời điểm $t_1$ đến $t_2$ .....	7
Dạng 9: Tìm tốc độ trung bình của vật trên một đoạn đường xác định từ thời điểm $t_1$ đến thời điểm $t_2$ .....	8
Dạng 10: Tính quãng đường lớn nhất và nhỏ nhất vật đi được trong khoảng thời gian $0 < \Delta t < \frac{T}{2}$ . ....	8
Dạng 11: Lập phương trình dao động của dao động điều hoà.....	8
Dạng 12: Liên quan đến đồ thị dao động.....	10
II.Con lắc lò xo.....	10
Dạng 1: Tính toán về chu kì và tần số của con lắc lò xo. ....	10
Dạng 2: Chiều dài của lò xo trong quá trình dao động.....	11
Dạng 3: Xác định lực đàn hồi và lực hồi phục của lò xo. Thời gian nén hay dãn trong một chu kì khi vật treo ở dưới.....	11
Dạng 4: Năng lượng của con lắc lò xo và dao động điều hòa. ....	12
Dạng 5: Viết phương trình dao động của con lắc lò xo. ....	12
Dạng 6: Cắt ghép lò xo. ....	12
Dạng 7: Kích thích dao động bằng va chạm.....	13
Dạng 8. Điều kiện của biên độ dao động.....	13
.....	13
III.Con lắc đơn.....	
Dạng 1: Tính Tần số góc, chu kì, tần số khi biết độ dài l, gia tốc g. ....	13
Dạng 2: Lập phương trình dao động của co lắc đơn.....	13
Dạng 3: Năng lượng của con lắc đơn. ....	14
Dạng 4: Bài toán con lắc vướng đinh về một phía .....	14
Dạng 5: Lực căng dây treo và vận tốc vật nặng. ....	14



Dạng 6: Biến thiên chu kì của con lắc đơn theo nhiệt độ. ....	15
Dạng 7: Biến thiên chu kì của con lắc đơn theo độ cao và độ sâu. ....	15
Dạng 8: Chu kì của con lắc đơn khi chịu thêm ngoại lực. ....	15
IV. Dao động tắt dần, dao động cưỡng bức. Sự cộng hưởng. ....	16
Dạng 1: Bài tập về dao động tắt dần, sự cộng hưởng. ....	16
V. Tổng hợp dao động. ....	16
CHƯƠNG II. SÓNG CƠ HỌC .....	18
I. Đại cương về sóng cơ. ....	18
Dạng 1: Bài toán về chu kì, tần số và bước sóng trong quá trình truyền sóng. ....	18
Dạng 2. Phương trình sóng tại một điểm. ....	18
II. Giao thoa sóng. ....	19
Dạng 1: Phương trình sóng tổng hợp tại một điểm. ....	19
Dạng 2: Xác định số cực đại và cực tiểu quan sát được. ....	20
Dạng 3. Bài toán về đường trung trực. ....	21
III. Sóng dừng. ....	22
Dạng 1. Tính toán về sóng dừng. ....	22
IV. Sóng âm. ....	23
Dạng 1. Tính toán về sóng âm. ....	23
CHƯƠNG III. DÒNG ĐIỆN XOAY CHIỀU. ....	24
I. Đại cương về dòng điện xoay chiều. ....	24
Dạng 1. Đại cương về dòng điện xoay chiều. ....	24
II. Dòng điện trong đoạn mạch chỉ có điện trở thuần, cuộn cảm hoặc tụ điện. ....	25
Dạng 2. Dòng điện xoay chiều trong đoạn mạch chỉ chứa một phần tử. ....	25
III. Mạch điện R-L-C nối tiếp. ....	25
Dạng 3. Đại cương về mạch RLC nối tiếp. ....	25
Dạng 4. Các bài toán về biến thiên và cực trị trong mạch RLC. ....	27
Dạng 5. Bài toán hộp kín (hộp đen). ....	30
IV. Các thiết bị điện. ....	30
Dạng 5. Máy phát điện xoay chiều - Động cơ điện và máy biến áp. ....	30
CHƯƠNG IV. DAO ĐỘNG VÀ SÓNG ĐIỆN TỪ. ....	31
I. Mạch dao động LC. ....	31
Dạng 1. Các bài toán về chu kì và tần số. ....	31
Dạng 2. Viết biểu thức điện tích, điện áp và cường độ dòng điện trong mạch LC ....	32
Dạng 3. Năng lượng của mạch dao động LC. ....	32
II. Sóng điện từ. ....	33
CHƯƠNG V. SÓNG ÁNH SÁNG. ....	34
I. Tán sắc ánh sáng. ....	34
Dạng 1. Tính toán về hiện tượng tán sắc ánh sáng. ....	34
II. Giao thoa ánh sáng. ....	35
Dạng 2. Tính toán về giao thoa với ánh sáng đơn sắc. ....	35



Dạng 3. Giao thoa với ánh sáng hỗn hợp, ánh sáng trắng. ....	37
<b>CHƯƠNG VI. LƯỢNG TỬ ÁNH SÁNG</b> .....	38
I. Hiện tượng quang điện. ....	38
Dạng 1. Tính toán về hiện tượng quang điện ngoài. ....	38
II. Mẫu nguyên tử BO. ....	39
Dạng 2. Mẫu BO và quang phổ của nguyên tử HIĐRÔ. ....	39
III. Tia X. ....	40
Dạng 3. Bài toán về tia X. ....	40
<b>CHƯƠNG VII. HẠT NHÂN NGUYÊN TỬ</b> .....	40
I. Cấu tạo hạt nhân. ....	40
Dạng 1. Bài tập về hệ thức Anhxtanh. ....	40
Dạng 2. Xác định cấu tạo của hạt nhân .....	41
Dạng 3. Tính bán kính, thể tích, khối lượng riêng của hạt nhân. Tính số hạt, tỉ lệ phần trăm đồng vị. ....	41
Dạng 4. Tính độ hụt khối, năng lượng liên kết và năng lượng liên kết riêng. ....	41
II. Phóng xạ. ....	41
Dạng 1. Tính lượng chất còn lại, đã phân rã, chất mới tạo thành. Tỉ lệ phần trăm giữa chúng. ....	41
Dạng 2. Tính tuổi của mẫu phóng xạ. ....	43
III. Phản ứng hạt nhân. ....	43
Dạng 1. Viết phương trình phản ứng hạt nhân. ....	43
Dạng 2. Tính năng lượng của phản ứng hạt nhân. Tính lượng nhiên liệu tương đương. ....	43
<b>PHẦN III. PHỤ LỤC</b> .....	44
I. Các hệ thức trong tam giác vuông. ....	44
II. Hệ thức trong tam giác thường. ....	45
III. Giá trị của một số góc đặc biệt. ....	45

Nguyễn Đình Vụ - Điện thoại: 0948249333 - Email: nguyendinhvu@thuvienvatly.com



# PHẦN I: CẤU TRÚC ĐỀ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC MÔN VẬT LÝ CỦA BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

## I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH [40 câu]

Chủ đề	Nội dung kiến thức	Số câu
<b>Dao động cơ</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Dao động điều hoà</li> <li>- Con lắc lò xo</li> <li>- Con lắc đơn</li> <li>- Năng lượng của con lắc lò xo và con lắc đơn</li> <li>- Dao động tắt dần, dao động duy trì, dao động cưỡng bức</li> <li>- Hiện tượng cộng hưởng</li> <li>- Tổng hợp hai dao động điều hoà cùng phương, cùng tần số. Phương pháp giản đồ Fre-nen</li> <li>- Thực hành: Chu kì dao động của con lắc đơn</li> </ul>	7
<b>Sóng cơ</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Đại cương về sóng, sự truyền sóng</li> <li>- Sóng âm</li> <li>- Giao thoa sóng</li> <li>- Phản xạ sóng. Sóng dừng</li> </ul>	4
<b>Dòng điện xoay chiều</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Đại cương về dòng điện xoay chiều</li> <li>- Đoạn mạch điện xoay chiều chỉ có R, L, C và R, L, C mắc nối tiếp. Cộng hưởng điện</li> <li>- Công suất dòng điện xoay chiều. Hệ số công suất.</li> <li>- Máy biến áp. Truyền tải điện năng</li> <li>- Máy phát điện xoay chiều</li> <li>- Động cơ không đồng bộ ba pha</li> <li>- Thực hành: Khảo sát đoạn mạch RLC nối tiếp</li> </ul>	9
<b>Dao động và sóng điện từ</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Dao động điện từ - Mạch dao động LC</li> <li>- Điện từ trường</li> <li>- Sóng điện từ</li> <li>- Truyền thông (thông tin liên lạc) bằng sóng điện từ</li> </ul>	4
<b>Sóng ánh sáng</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Tán sắc ánh sáng</li> <li>- Nhiễu xạ ánh sáng. Giao thoa ánh sáng</li> <li>- Bước sóng và màu sắc ánh sáng</li> <li>- Các loại quang phổ</li> <li>- Tia hồng ngoại, tia tử ngoại, tia X</li> <li>- Thang sóng điện từ</li> <li>- Thực hành: Xác định bước sóng ánh sáng</li> </ul>	5
<b>Lượng tử ánh sáng</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Hiện tượng quang điện ngoài. Định luật về giới hạn quang điện</li> <li>- Thuyết lượng tử ánh sáng. Lượng tính sóng - hạt của ánh sáng</li> <li>- Hiện tượng quang điện trong</li> <li>- Quang điện trở. Pin quang điện</li> <li>- Hiện tượng quang - phát quang</li> <li>- Sơ lược về laze</li> <li>- Mẫu nguyên tử Bo và quang phổ vạch của nguyên tử hiđrô</li> </ul>	6
<b>Hạt nhân nguyên tử</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Cấu tạo hạt nhân nguyên tử. Khối lượng hạt nhân. Độ hụt khối. Lực hạt nhân</li> <li>- Năng lượng liên kết, năng lượng liên kết riêng</li> <li>- Hệ thức giữa khối lượng và năng lượng</li> <li>- Phóng xạ</li> <li>- Phản ứng hạt nhân</li> <li>- Phản ứng phân hạch</li> <li>- Phản ứng nhiệt hạch</li> </ul>	5
<b>Từ vi mô đến vĩ mô</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Các hạt sơ cấp</li> <li>- Hệ Mặt Trời. Các sao và thiên hà</li> </ul>	



	<b>Nội dung kiến thức</b>	<b>Số câu</b>
	<b>Tổng</b>	<b>40</b>

**II. PHẦN RIÊNG [10 câu]**

Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần A hoặc B)

**A. Theo chương trình Chuẩn [10 câu]**

Chủ đề	Số câu
Dao động cơ	6
Sóng cơ và sóng âm	
Dòng điện xoay chiều	
Dao động và sóng điện từ	
Sóng ánh sáng	4
Lượng tử ánh sáng	
Hạt nhân nguyên tử	
Từ vi mô đến vĩ mô	
<b>Tổng</b>	<b>10</b>

**B. Theo chương trình Nâng cao [10 câu]**

Chủ đề	Số câu
Động lực học vật rắn	4
Dao động cơ	6
Sóng cơ	
Dao động và sóng điện từ	
Dòng điện xoay chiều	
Sóng ánh sáng	
Lượng tử ánh sáng	
Sơ lược về thuyết tương đối hẹp	
Hạt nhân nguyên tử	
Từ vi mô đến vĩ mô	
<b>Tổng</b>	<b>10</b>

**PHẦN II: CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP**  
**CHƯƠNG I. DAO ĐỘNG CƠ.**

**I. Đại cương về dao động điều hòa.**

**Dạng 1: Nhận biết phương trình dao động.**

**Phương pháp:**

a. Xác định A, φ, ω.....

– Đưa các phương trình về dạng chuẩn nhờ các công thức lượng giác.

– so sánh với phương trình chuẩn để suy ra : A, φ, ω.....

b. Suy ra cách kích thích dao động :

– Thay t = 0 vào các phương trình  $\begin{cases} x = A \cos(\omega t + \varphi) \\ v = -A\omega \sin(\omega t + \varphi) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_0 \\ v_0 \end{cases} \Rightarrow$  Cách kích thích dao động.

c. Chú ý:

– Phương trình chuẩn :  $x = A \cos(\omega t + \varphi); v = -\omega A \sin(\omega t + \varphi); a = -\omega^2 A \cos(\omega t + \varphi)$

– Một số công thức lượng giác :

$$x = A \sin(\omega t + \varphi) = A \cos\left(\omega t + \varphi - \frac{\pi}{2}\right); x = A \cos(\varphi - \omega t) = A \cos(\omega t - \varphi)$$

$$x = -A \sin(\omega t + \varphi) = A \cos\left(\omega t + \varphi - \frac{\pi}{2}\right); x = -A \cos(\omega t + \varphi) = A \cos(\omega t + \varphi + \pi)$$



Công thức:  $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \Rightarrow \begin{cases} T = \frac{2\pi}{\omega} \\ f = \frac{\omega}{2\pi} \end{cases}$

**Dạng 2: Xác định li độ, vận tốc và gia tốc tại thời điểm t biết trước.**

**Phương pháp.**

+ Muốn xác định x, v, a ở một thời điểm hay ứng với pha đã cho ta chỉ cần thay t hay pha đã cho vào các công thức :  $x = A \cos(\omega t + \varphi)$ ;  $v = -A \cdot \omega \cdot \sin(\omega t + \varphi)$ ;  $a = -A \cdot \omega^2 \cdot \cos(\omega t + \varphi)$

+ Nếu đã xác định được li độ x, ta có thể xác định gia tốc biểu thức như sau :  $a = -\omega^2 \cdot x$

+ Chú ý : - Khi  $v > 0; a > 0$  : Vận tốc, gia tốc, lực phục hồi cùng chiều với chiều dương trục tọa độ.

- Khi  $v < 0; a < 0$  : Vận tốc, gia tốc, lực phục hồi ngược chiều với chiều dương trục tọa độ.

**Dạng 3: Vận tốc và gia tốc cực đại.**

**Phương pháp.**

1. Vận tốc trong dao động điều hoà.  $v = x' = -A \cdot \omega \cdot \sin(\omega t + \varphi) = \omega A \cos(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2})$ ;

+  $v_{\max} = \omega A \Leftrightarrow x = 0$  ( Tại VTCB )

+  $v_{\min} = 0 \Leftrightarrow x = \pm A$  ( Tại hai biên )

2. Gia tốc trong dao động điều hoà.  $a = v' = x'' = -A \cdot \omega^2 \cdot \cos(\omega t + \varphi) = -\omega^2 \cdot x$

+  $a_{\max} = \omega^2 A \Leftrightarrow x = \pm A$  ( Tại hai biên )

+  $a_{\min} = 0 \Leftrightarrow x = 0$  ( Tại VTCB )

+  $\vec{a}$  luôn có hướng về VTCB. A luôn ngược dấu với x

**Dạng 4: Vận tốc và gia tốc tại vị trí có li độ x biết trước.**

**Phương pháp.**

1. Để xác định vận tốc tại một điểm trên quỹ đạo, ta làm như sau :

- Tại vị trí vật có li độ là x, vận tốc là v, ta có :  $\begin{cases} x = A \cdot \sin(\omega t + \varphi) \\ v = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega t + \varphi) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = A \cdot \sin(\omega t + \varphi) \\ \frac{v}{\omega} = A \cdot \cos(\omega t + \varphi) \end{cases}$

Bình phương hai vế, cộng vế với vế, ta được:  $A^2 = x^2 + (\frac{v}{\omega})^2 \Rightarrow \begin{cases} v = \pm \omega \sqrt{A^2 - x^2} \\ A = \sqrt{x^2 + (\frac{v}{\omega})^2} \\ x = \pm \sqrt{A^2 - (\frac{v}{\omega})^2} \end{cases}$

- Chú ý: +  $v > 0$  : vận tốc cùng chiều dương trục tọa độ.

+  $v < 0$  : vận tốc ngược chiều dương trục tọa độ.

2. Để xác định gia tốc tại một điểm trên quỹ đạo, ta áp dụng công thức:

$a = -\omega^2 \cdot x$

$A^2 = \frac{a^2}{\omega^4} + \frac{v^2}{\omega^2}$

- Chú ý: +  $a > 0$  : gia tốc cùng chiều dương trục tọa độ.

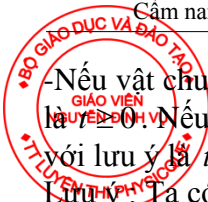
+  $a < 0$  : gia tốc ngược chiều dương trục tọa độ.

**Dạng 5: Xác định thời điểm vật đi qua vị trí đã biết x (hoặc v, a,  $W_t$ ,  $W_d$ , F) lần thứ n**

**Phương pháp**

- Với  $x^*$ , A,  $\omega$  và  $\varphi$  đã biết, giải phương trình  $A \cos(\omega t + \varphi) = x^* \Rightarrow \cos(\omega t + \varphi) = \frac{x^*}{A} = \cos \alpha$ .

Ta được hai nghiệm:  $\begin{cases} \omega t + \varphi = \alpha + 2k\pi (1) \\ \omega t + \varphi = -\alpha + 2k\pi (2) \end{cases} (k \in Z)$



-Nếu vật chuyển động theo chiều dương thì chọn nghiệm (2), giải tìm t và biện luận giá trị của k với lưu ý là  $t \geq 0$ . Nếu vật chuyển động ngược chiều dương thì chọn nghiệm (1), giải tìm t và biện luận giá trị của k với lưu ý là  $t \geq 0$ .

Lưu ý: Ta có thể dựa vào “ mối liên hệ giữa DĐĐH và CĐĐ ”. Thông qua các bước sau

\* Bước 1 : Vẽ đường tròn có bán kính  $R = A$  (biên độ) và trục  $Ox$  nằm ngang

\*Bước 2 : -Xác định vị trí vật lúc  $t = 0$  thì  $\begin{cases} x_0 = ? \\ v_0 = ? \end{cases}$

-Xác định vị trí vật lúc t ( $x_t$  đã biết)

\* Bước 3 : Xác định góc quét  $\Delta\varphi = \omega\Delta t = ?$

\* Bước 4 :  $\begin{cases} T \rightarrow 360^\circ \\ t = ? \rightarrow \Delta\varphi \end{cases} \Rightarrow t = \frac{\Delta\varphi}{\omega} = \frac{\Delta\varphi}{2\pi} T$

**Dạng 6. Bài toán tìm li độ, vận tốc dao động sau (trước) thời điểm t một khoảng thời gian  $\Delta t$ . Biết tại thời điểm t vật có li độ  $x = x_0$ .**

**Phương pháp**

Cách 1:

\* Từ phương trình dao động điều hoà:  $x = A\cos(\omega t + \varphi)$  cho  $x = x_0$

Lấy nghiệm  $\omega t + \varphi = \alpha$  với  $0 \leq \alpha \leq \pi$  ứng với x đang giảm (vật chuyển động theo chiều âm vì  $v < 0$ ) hoặc  $\omega t + \varphi = -\alpha$  ứng với x đang tăng (vật chuyển động theo chiều dương)

\* Li độ và vận tốc dao động sau (trước) thời điểm đó  $\Delta t$  giây là

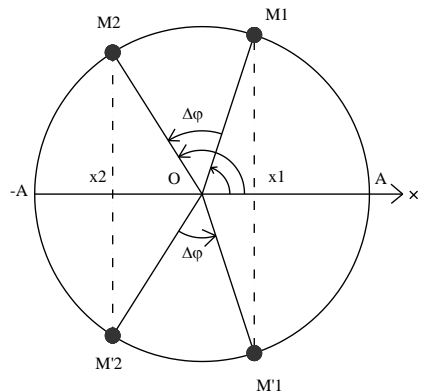
$$\begin{cases} x = A\cos(\pm\omega\Delta t + \alpha) \\ v = -\omega A\sin(\pm\omega\Delta t + \alpha) \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x = A\cos(\pm\omega\Delta t - \alpha) \\ v = -\omega A\sin(\pm\omega\Delta t - \alpha) \end{cases}$$

Cách 2: Dùng đường tròn. Đánh dấu vị trí  $x_0$  trên trục  $Ox$ . Kẻ đoạn thẳng qua  $x_0$  vuông góc  $Ox$  cắt đường tròn tại hai điểm. Căn cứ vào chiều chuyển động để chọn vị trí M duy nhất trên đường tròn. Vẽ bán kính OM. Trong khoảng thời gian  $\Delta t$ , góc ở tâm mà OM quét được là  $\alpha = \omega\Delta t > 0$  Vẽ  $OM'$  lệch với OM một góc  $\alpha$ , từ  $M'$  kẻ vuông góc với  $Ox$  cắt ở đâu thì đó là li độ cần xác định.

**Dạng 7: Cho phương trình dao động. Tìm khoảng thời để vật đi từ vị trí có li độ  $x_1$  đến  $x_2$  theo một tính chất nào đó.**

**Phương pháp**

$$\Delta t = \frac{\Delta\varphi}{\omega} = \frac{|\varphi_2 - \varphi_1|}{\omega} \text{ với } \begin{cases} \cos\varphi_1 = \frac{x_1}{A} \\ \cos\varphi_2 = \frac{x_2}{A} \end{cases} \text{ và } (0 \leq \varphi_1, \varphi_2 \leq \pi)$$



**Dạng 8: Quãng đường và số lần vật đi qua li độ  $x^*$  từ thời điểm  $t_1$  đến  $t_2$ .**

**Phương pháp**

Về tư duy: Cứ trong một chu kì:

+Vật đi được quãng đường  $4A$ .

+Vật đi qua li độ  $x^*$  bất kì 2 lần (không tính đến chiều chuyển động).

Cách làm:

-Tính số chu kì dao động từ thời điểm  $t_1$  đến  $t_2$ :  $\frac{t_2 - t_1}{T} = n + m$  trong đó n là phần nguyên còn m là phần

thập phân. Có hai khả năng:

\*Nếu  $m = 0$  thì:

-Quãng đường đi được  $S = n.4A$

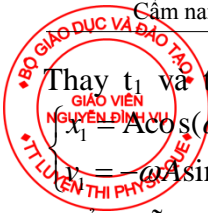
-Số lần vật qua  $x^*$ :  $N = 2n$

\*Nếu  $m \neq 0$  thì:

-Quãng đường vật đi được là:  $S = n.4A + S_{du}$

-Số lần vật qua  $x^*$  là:  $N = 2n + N_{du}$ .

Để tính  $S_{du}$  và  $N_{du}$  ta làm như sau:



Thay  $t_1$  và  $t_2$  vào phương trình dao động và vận tốc để xác định các li độ và vận tốc tương ứng:

$$\begin{cases} x_1 = A \cos(\omega t_1 + \varphi) \\ v_1 = -\omega A \sin(\omega t_1 + \varphi) \end{cases} \text{ và } \begin{cases} x_2 = A \cos(\omega t_2 + \varphi) \\ v_2 = -\omega A \sin(\omega t_2 + \varphi) \end{cases} \quad (v_1 \text{ và } v_2 \text{ chỉ cần xác định dấu})$$

-Biểu diễn các vị trí  $x_1, x_2$  và các véc tơ vận tốc  $\vec{v}_1; \vec{v}_2$  tương ứng trên trục Ox. Từ  $x_1$  ta kẻ một đường song song với Ox theo hướng của  $\vec{v}_1$  đi qua  $x_2$  cho đến khi chiều của đường kẻ đó cùng chiều  $\vec{v}_2$ . Khi đó chiều dài đoạn vẽ được chính là  $S_{\text{dur}}$ .

Lưu ý:

-Chiều dài quỹ đạo:  $2A$

-Quãng đường đi trong 1 chu kỳ luôn là  $4A$ ; trong  $1/2$  chu kỳ luôn là  $2A$

-Quãng đường đi trong  $1/4$  chu kỳ là  $A$  khi vật đi từ VTCB đến vị trí biên hoặc ngược lại

**Dạng 9: Tìm tốc độ trung bình của vật trên một đoạn đường xác định từ thời điểm  $t_1$  đến thời điểm  $t_2$**

**Phương pháp:**

-Sử dụng công thức:  $v_{tb} = \frac{S}{\Delta t}$

Với  $S$  là quãng đường (được xác định ở dạng 8) và  $\Delta t$  là khoảng thời gian được tính  $\Delta t = t_2 - t_1$ .

**Dạng 10: Tính quãng đường lớn nhất và nhỏ nhất vật đi được trong khoảng thời gian  $0 < \Delta t < \frac{T}{2}$**

**Phương pháp.**

-Vật có vận tốc lớn nhất khi qua VTCB, nhỏ nhất khi qua vị trí biên nên trong cùng một khoảng thời gian quãng đường đi được càng lớn khi vật ở càng gần VTCB và càng nhỏ khi càng gần vị trí biên. Sử dụng mối liên hệ giữa dao động điều hoà và chuyển động tròn đều. Góc quét  $\Delta\varphi = \omega\Delta t$ .

-Quãng đường lớn nhất khi vật đi từ  $M_1$  đến  $M_2$  đối xứng qua trục sin (hình 1)  $S_{\text{max}} = 2A \sin \frac{\Delta\varphi}{2}$

-Quãng đường nhỏ nhất khi vật đi từ  $M_1$  đến  $M_2$  đối xứng qua trục cos (hình 2)

$$S_{\text{min}} = 2A \left( 1 - \cos \frac{\Delta\varphi}{2} \right)$$

**Lưu ý:** + Trong trường hợp  $\Delta t > T/2$

Tách  $\Delta t = n \frac{T}{2} + \Delta t'$

trong đó  $n \in N^*; 0 < \Delta t' < \frac{T}{2}$

Trong thời gian  $n \frac{T}{2}$  quãng đường luôn là  $2nA$ . Trong thời gian  $\Delta t'$  thì quãng đường lớn nhất, nhỏ nhất tính như trên.

-Tốc độ trung bình lớn nhất và nhỏ nhất của trong khoảng thời gian  $\Delta t$ :  $v_{\text{max}} = \frac{S_{\text{max}}}{\Delta t}; v_{\text{min}} = \frac{S_{\text{min}}}{\Delta t}$  với  $S_{\text{Max}}$ ;

$S_{\text{Min}}$  tính như trên.

**Dạng 11: Lập phương trình dao động của dao động điều hoà.**

**Phương pháp :**

\* Chọn hệ quy chiếu : - Trục Ox .....

- Góc tọa độ tại VTCB
- Chiều dương .....
- Góc thời gian .....

\* Phương trình dao động có dạng :  $x = A \cos(\omega t + \varphi)$  cm

\* Phương trình vận tốc :  $v = -\omega A \sin(\omega t + \varphi)$  cm/s

\* Phương trình gia tốc :  $a = -\omega^2 A \cos(\omega t + \varphi)$  cm/s<sup>2</sup>

**1 - Tìm  $\omega$**

\* Đề cho :  $T, f, k, m, g, \Delta l_0$



$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}, \text{ với } T = \frac{\Delta t}{N}, \text{ N - Tổng số dao động trong thời gian } \Delta t$$

Nếu là con lắc lò xo :  
nằm ngang

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}, \text{ (k : N/m ; m : kg)}$$

treo thẳng đứng

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{\Delta l_0}}, \text{ khi cho } \Delta l_0 = \frac{mg}{k} = \frac{g}{\omega^2}.$$

Đề cho x, v, a, A

$$\omega = \frac{v}{\sqrt{A^2 - x^2}} = \sqrt{\frac{a}{x}} = \sqrt{\frac{a_{\max}}{A}} = \frac{|v_{\max}|}{A}$$

### 2 - Tìm A

\* Đề cho : cho x ứng với v  $\Rightarrow A = \sqrt{x^2 + \left(\frac{v}{\omega}\right)^2}$ .

- Nếu v = 0 (buông nhẹ)  $\Rightarrow A = x$

- Nếu v = v<sub>max</sub>  $\Rightarrow x = 0 \Rightarrow A = \frac{|v_{\max}|}{\omega}$

\* Đề cho : a<sub>max</sub>  $\Rightarrow A = \frac{|a_{\max}|}{\omega^2}$

\* Đề cho : chiều dài quỹ đạo CD  $\Rightarrow A = \frac{CD}{2}$ .

\* Đề cho : lực F<sub>max</sub> = kA.  $\Rightarrow A = \frac{F_{\max}}{k}$

\* Đề cho : l<sub>max</sub> và l<sub>min</sub> của lò xo  $\Rightarrow A = \frac{l_{\max} - l_{\min}}{2}$ .

\* Đề cho : W hoặc W<sub>dmax</sub> hoặc W<sub>tmax</sub>  $\Rightarrow A = \sqrt{\frac{2W}{k}}$ . Với W = W<sub>dmax</sub> □ W<sub>tmax</sub> =  $\frac{1}{2}kA^2$ .

\* Đề cho : l<sub>CB</sub>, l<sub>max</sub> hoặc l<sub>CB</sub>, l<sub>min</sub>  $\Rightarrow A = l_{\max} - l_{CB}$  hoặc  $A = l_{CB} - l_{\min}$ .

### 3 - Tìm φ (thường lấy -π < φ ≤ π) : Dựa vào điều kiện ban đầu

\* Nếu t = 0 :

$$- x = x_0, v = v_0 \Rightarrow \begin{cases} x_0 = A \cos \varphi \\ v_0 = -A\omega \sin \varphi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos \varphi = \frac{x_0}{A} \\ \sin \varphi = \frac{v_0}{\omega A} \end{cases} \Rightarrow \varphi = ?$$

$$- v = v_0 ; a = a_0 \Rightarrow \begin{cases} a_0 = -A\omega^2 \cos \varphi \\ v_0 = -A\omega \sin \varphi \end{cases} \Rightarrow \tan \varphi = \omega \frac{v_0}{a_0} \Rightarrow \varphi = ?$$

$$- x_0 = 0, v = v_0 \text{ (vật qua VTCB)} \Rightarrow \begin{cases} \theta = A \cos \varphi \\ v_0 = -A\omega \sin \varphi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos \varphi = 0 \\ A = -\frac{v_0}{\omega \sin \varphi} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \varphi = ? \\ A = ? \end{cases}$$

$$- x = x_0, v = 0 \text{ (vật qua VTCB)} \Rightarrow \begin{cases} x_0 = A \cos \varphi \\ 0 = -A\omega \sin \varphi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = \frac{x_0}{\cos \varphi} > 0 \\ \sin \varphi = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \varphi = ? \\ A = ? \end{cases}$$

\* Nếu t = t<sub>1</sub> :  $\begin{cases} x_1 = A \cos(\omega t_1 + \varphi) \\ v_1 = -A\omega \sin(\omega t_1 + \varphi) \end{cases} \Rightarrow \varphi = ?$  hoặc  $\begin{cases} a_1 = -A\omega^2 \cos(\omega t_1 + \varphi) \\ v_1 = -A\omega \sin(\omega t_1 + \varphi) \end{cases} \Rightarrow \varphi = ?$

### Lưu ý :

- Vật đi theo chiều dương thì v > 0 → sinφ < 0; đi theo chiều âm thì v < 0 → sinφ > 0.
- Trước khi tính φ cần xác định rõ φ thuộc góc phần tư thứ mấy của đường tròn lượng giác
- sinx = cos(x - π/2) ; -cosx = cos(x + π) ; cosx = sin(x + π/2).

### → Các trường hợp đặc biệt :

Chọn gốc thời gian t = 0 là :

- lúc vật qua VTCB x<sub>0</sub> = 0, theo chiều dương v<sub>0</sub> > 0 : Pha ban đầu φ = -π/2.
- lúc vật qua VTCB x<sub>0</sub> = 0, theo chiều âm v<sub>0</sub> < 0 : Pha ban đầu φ = π/2.
- lúc vật qua biên dương x<sub>0</sub> = A : Pha ban đầu φ = 0.
- lúc vật qua biên âm x<sub>0</sub> = -A : Pha ban đầu φ = π.



- lúc vật qua vị trí  $x_0 = \frac{A}{2}$  theo chiều dương  $v_0 > 0$  : Pha ban đầu  $\varphi = -\frac{\pi}{3}$ .
- lúc vật qua vị trí  $x_0 = -\frac{A}{2}$  theo chiều dương  $v_0 > 0$  : Pha ban đầu  $\varphi = -\frac{2\pi}{3}$ .
- lúc vật qua vị trí  $x_0 = \frac{A}{2}$  theo chiều âm  $v_0 < 0$  : Pha ban đầu  $\varphi = \frac{\pi}{3}$ .
- lúc vật qua vị trí  $x_0 = -\frac{A}{2}$  theo chiều âm  $v_0 < 0$  : Pha ban đầu  $\varphi = \frac{2\pi}{3}$ .
- lúc vật qua vị trí  $x_0 = \frac{A\sqrt{2}}{2}$  theo chiều dương  $v_0 > 0$ : Pha ban đầu  $\varphi = -\frac{\pi}{4}$ .
- lúc vật qua vị trí  $x_0 = -\frac{A\sqrt{2}}{2}$  theo chiều dương  $v_0 > 0$ : Pha ban đầu  $\varphi = -\frac{3\pi}{4}$ .
- lúc vật qua vị trí  $x_0 = \frac{A\sqrt{2}}{2}$  theo chiều âm  $v_0 < 0$  : Pha ban đầu  $\varphi = \frac{\pi}{4}$ .
- lúc vật qua vị trí  $x_0 = -\frac{A\sqrt{2}}{2}$  theo chiều âm  $v_0 < 0$  : Pha ban đầu  $\varphi = \frac{3\pi}{4}$ .
- lúc vật qua vị trí  $x_0 = \frac{A\sqrt{3}}{2}$  theo chiều dương  $v_0 > 0$  : Pha ban đầu  $\varphi = -\frac{\pi}{6}$ .
- lúc vật qua vị trí  $x_0 = -\frac{A\sqrt{3}}{2}$  theo chiều dương  $v_0 > 0$  : Pha ban đầu  $\varphi = -\frac{5\pi}{6}$ .
- lúc vật qua vị trí  $x_0 = \frac{A\sqrt{3}}{2}$  theo chiều âm  $v_0 < 0$  : Pha ban đầu  $\varphi = \frac{\pi}{6}$ .
- lúc vật qua vị trí  $x_0 = -\frac{A\sqrt{3}}{2}$  theo chiều âm  $v_0 < 0$  : Pha ban đầu  $\varphi = \frac{5\pi}{6}$ .

## Dạng 12: Liên quan đến đồ thị dao động.

### Phương pháp.

1. Cho đồ thị dao động tìm phương trình.

- Đồ thị của li độ (x), vận tốc (v) và gia tốc (a) biến thiên điều hòa theo hàm sin và cos với chu kỳ T, còn đồ thị của động năng và thế năng biến thiên tuần hoàn theo hàm sin và cos với chu kỳ  $\frac{T}{2}$ .

- Tìm biên độ dao động dựa vào giới hạn trên trục tung.

- Tìm chu kỳ dao động dựa vào sự lặp lại trên trục thời gian hoặc vào khoảng thời gian để vật nhận giá trị nào đó.

- Tìm pha ban đầu dựa vào góc thời gian.

2. Cho phương trình, vẽ đồ thị: Vẽ đồ thị của hàm số lượng giác đã học trong môn toán

## II. Con lắc lò xo.

### Dạng 1: Tính toán về chu kỳ và tần số của con lắc lò xo.

#### Phương pháp.

- Tần số góc:  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ ; chu kỳ:  $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ ; tần số:  $f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$

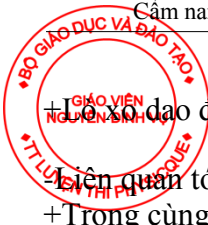
- Điều kiện dao động điều hoà: Bỏ qua ma sát, lực cản và vật dao động trong giới hạn đàn hồi.

- Các tỉ số:  $\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} \cdot \sqrt{\frac{k_1}{k_2}} = \frac{f_1}{f_2} = \frac{\omega_1}{\omega_2}$ .

- Chu kỳ tính theo số dao động N thực hiện được trong thời gian  $\Delta t$  là:  $T = \frac{\Delta t}{N}$

- Chu kỳ của con lắc lò xo theo độ giãn (nén) của lò xo ở vị trí cân bằng.

+ Lò xo dao động thẳng đứng khi vật ở VTGB:  $\Delta l_0 = \frac{mg}{k} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{\Delta l_0}{g}}$



+ Lò xo dao động trên mặt phẳng nghiêng có góc nghiêng  $\alpha$ :  $\Delta l_0 = \frac{mg \sin \alpha}{k} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{\Delta l_0}{g \sin \alpha}}$

Liên quan tới sự thay đổi khối lượng vật nặng.

+ Trong cùng khoảng thời gian  $t$ , hai con lắc thực hiện  $N_1$  và  $N_2$  dao động:

$$f = \frac{N}{t} \Rightarrow \frac{k}{m} = \omega^2 = (2\pi f)^2 = \left(\frac{2\pi N}{t}\right)^2 \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2$$

+ Thêm bớt khối lượng  $\Delta m$ :  $\left(\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^2 = \left(\frac{f_1}{f_2}\right)^2 = \frac{m_2}{m_1} = \frac{m_1 \pm \Delta m}{m_1}$

+ Ghép hai vật:  $m_3 = m_1 \pm m_2 \Rightarrow T_3^2 = T_1^2 \pm T_2^2$

**Dạng 2: Chiều dài của lò xo trong quá trình dao động**

**Phương pháp.**

- Chiều dài tự nhiên của lò xo là  $l_0$ .

\* Khi con lắc lò xo nằm ngang:

+ Lúc vật ở vị trí cân bằng, lò xo không bị biến dạng,  $\Delta l_0 = 0$

+ Chiều dài cực đại của lò xo:  $l_{\max} = l_0 + A$

+ Chiều dài cực tiểu của lò xo:  $l_{\min} = l_0 - A$

\* Khi con lắc lò xo bố trí thẳng đứng hoặc nằm nghiêng một góc  $\alpha$ , vật treo ở dưới:

+ Độ biến dạng của lò xo ở vị trí cân bằng:  $\Delta l_0 = \frac{mg \cdot \sin \alpha}{k}$ , nếu đặt thẳng đứng thì  $\alpha = 90^\circ \Rightarrow \Delta l_0 = \frac{mg}{k}$

+ Chiều dài lò xo tại VTCB:  $l_{CB} = l_0 + \Delta l$  ( $l_0$  là chiều dài tự nhiên)

+ Chiều dài ở li độ  $x$ :  $l = l_{cb} + x = l_0 + \Delta l_0 + x$

+ Chiều dài cực tiểu (khi vật ở vị trí cao nhất):  $l_{\min} = l_{cb} - A = l_0 + \Delta l_0 - A$

+ Chiều dài cực đại (khi vật ở vị trí thấp nhất):  $l_{\max} = l_{cb} + A = l_0 + \Delta l_0 + A$

+ Kết hợp ta có:  $A = \frac{l_{\max} - l_{\min}}{2}$ ;  $l_{cb} = \frac{l_{\max} + l_{\min}}{2}$

**Dạng 3: Xác định lực đàn hồi và lực hồi phục của lò xo. Thời gian nén hay dãn trong một chu kì khi vật treo ở dưới.**

**Phương pháp.**

1. Lực kéo về hay lực hồi phục  $F = -kx = -m\omega^2 x$

Đặc điểm: \* Là lực gây dao động cho vật.

\* Luôn hướng về VTCB

\* Biến thiên điều hoà cùng tần số với li độ

Độ lớn:  $F = k|x| = m\omega^2|x|$ .

Lực hồi phục đạt giá trị cực đại  $F_{\max} = kA$  khi vật đi qua các vị trí biên ( $x = \pm A$ ).

Lực hồi phục có giá trị cực tiểu  $F_{\min} = 0$  khi vật đi qua vị trí cân bằng ( $x = 0$ ).

2. Lực đàn hồi là lực đưa vật về vị trí lò xo không biến dạng:  $\vec{F}_{dh} = -k(\Delta l_0 + \vec{x}) = -(m\vec{g} + k\vec{x})$

Có độ lớn  $F_{dh} = k|\Delta l_0 + x| = |mg + kx|$

\* Với con lắc lò xo nằm ngang thì  $\Delta l_0 = 0$  nên lực kéo về và lực đàn hồi là một (vì tại VTCB lò xo không biến dạng).

\* Với con lắc lò xo thẳng đứng hoặc đặt trên mặt phẳng nghiêng

+ Độ lớn lực đàn hồi có biểu thức:

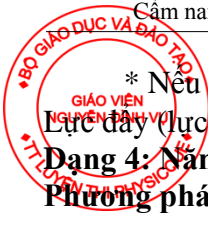
\*  $F_{dh} = k|\Delta l + x|$  với chiều dương hướng xuống

\*  $F_{dh} = k|\Delta l - x|$  với chiều dương hướng lên

+ Lực đàn hồi cực đại (lực kéo):  $F_{\max} = k(\Delta l_0 + A) = mg + kA = F_{K\max}$  (lúc vật ở vị trí thấp nhất)

+ Lực đàn hồi cực tiểu:

\* Nếu  $A < \Delta l \Rightarrow F_{\min} = k(\Delta l - A) = mg - kA = F_{K\min}$



\* Nếu  $A \geq \Delta l \Rightarrow F_{\text{Min}} = 0$  (lúc vật đi qua vị trí lò xo không biến dạng)  
 Lực đẩy (lực nén) đàn hồi cực đại:  $F_{\text{Nmax}} = k(A - \Delta l)$  (lúc vật ở vị trí cao nhất)

**Dạng 4: Năng lượng của con lắc lò xo và dao động điều hòa.**

**Phương pháp.**

Cơ năng:  $W = W_d + W_t = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 = \frac{1}{2} k A^2$

Với  $W_d = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + \varphi) = W \sin^2(\omega t + \varphi) = \frac{1}{2} k A^2 \cdot \frac{1 - \cos 2(\omega t + \varphi)}{2}$

$W_t = \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 x^2 = \frac{1}{22} k A^2 m \omega^2 A^2 \cos^2(\omega t + \varphi) = W \cos^2(\omega t + \varphi) = \frac{1}{2} k A^2 \cdot \frac{1 + \cos 2(\omega t + \varphi)}{2}$

**Lưu ý:** Dao động điều hòa có tần số góc là  $\omega$ , tần số  $f$ , chu kỳ  $T$ . Thì động năng và thế năng biến thiên với tần số góc  $2\omega$ , tần số  $2f$ , chu kỳ  $T/2$

- Động năng và thế năng trung bình trong thời gian  $nT/2$  ( $n \in \mathbb{N}^*$ ,  $T$  là chu kỳ dao động) là:  $\frac{W}{2} = \frac{1}{4} m \omega^2 A^2$

- Động năng và thế năng biến đổi qua lại cho nhau, khi động năng của con lắc có giá trị gấp  $n$  lần thế năng ta được:  $(n+1)W_t = \frac{1}{2} k A^2$

$\Rightarrow (n+1) \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} k A^2 \Rightarrow x = \pm \frac{A}{\sqrt{n+1}}$

- Trong một chu kỳ có 4 lần  $W_d = W_t$ , khoảng thời gian giữa hai lần liên tiếp để  $W_d = W_t$  là  $\Delta t = \frac{T}{4}$ . Khi

$W_d = W_t$  thì  $x = \pm \frac{A}{\sqrt{2}}$ .

- Động năng của vật khi vật đi qua vị trí có li độ  $x$ :  $W_d = W - W_t = \frac{1}{2} k (A^2 - x^2)$

**Dạng 5: Viết phương trình dao động của con lắc lò xo.**

**Phương pháp.**

- Chọn hệ quy chiếu thích hợp: chiều dương, gốc tọa độ, gốc thời gian.

- Tính  $\omega$ :  $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$ ;  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{g}{\Delta l_0}} = \frac{|a_{\text{max}}|}{|v_{\text{max}}|} = \frac{|v_{\text{max}}|}{A} = \sqrt{\frac{|a_{\text{max}}|}{A}} = \frac{v}{\sqrt{A^2 - x^2}}$

- Tính  $A$ :  $A = \frac{\text{chiều dài quy dao}}{2} = \frac{l_{\text{max}} - l_{\text{min}}}{2} = \sqrt{x^2 + \frac{v^2}{\omega^2}} = \sqrt{\frac{2E}{k}} = \frac{|v_{\text{max}}|}{\omega} = \frac{|a_{\text{max}}|}{\omega^2}$

- Lập hệ:  $\begin{cases} x = A \cos(\omega t + \varphi) \\ v = -\omega A \sin(\omega t + \varphi) \end{cases}$

- Xác định điều kiện ban đầu lúc  $t = 0$  thì  $\begin{cases} x_0 = ? \\ v_0 = ? \end{cases}$  thay vào hệ trên ta được:  $\begin{cases} A \cos \varphi = x_0 \\ -\omega A \sin \varphi = v_0 \end{cases}$

- Giải tìm  $\varphi$ .

- Nếu gặp bài toán cho các giá trị  $x, v$  tại thời điểm  $t$  bất kì. Một trong những cách giả đơn giản là chỉ cần

thay các giá trị  $x, v, t$  vào hệ  $\begin{cases} x = A \cos(\omega t + \varphi) \\ v = -\omega A \sin(\omega t + \varphi) \end{cases}$  ta sẽ tìm được  $\varphi$ .

**Dạng 6: Cắt ghép lò xo.**

**Phương pháp.**

1. Ghép lò xo:

\* Nối tiếp  $\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \dots \Rightarrow$  cùng treo một vật khối lượng như nhau thì:  $T^2 = T_1^2 + T_2^2$



Song song:  $k = k_1 + k_2 + \dots \Rightarrow$  cùng treo một vật khối lượng như nhau thì:  $\frac{1}{T^2} = \frac{1}{T_1^2} + \frac{1}{T_2^2} + \dots$

2. Một lò xo có độ cứng  $k$ , chiều dài  $l$  được cắt thành các lò xo có độ cứng  $k_1, k_2, \dots$  và chiều dài tương ứng là  $l_1, l_2, \dots$  thì có:  $kl = k_1l_1 = k_2l_2 = \dots$

-Nếu biết  $k_0$  của một lò xo có chiều dài ban đầu  $l_0$  thì ta có thể tìm  $k'$  của một đoạn lò xo có chiều dài  $l'$  được cắt từ lò xo đó theo biểu thức:  $k' = k_0 \cdot \frac{l_0}{l'}$

**Dạng 7: Kích thích dao động bằng va chạm**

**Phương pháp.**

Bắn một vật  $m_0$  với vận tốc vào vật  $M$  gắn với lò xo đang đứng yên:

-Va chạm đàn hồi:  $v_M = \frac{2m_0v_0}{m_0 + M}; v_{m_0} = v_0 \frac{m_0 - M}{m_0 + M}$

-Va chạm mềm:  $v' = \frac{m_0v_0}{m_0 + M}$

**Dạng 8. Điều kiện của biên độ dao động.**

**Phương pháp.**

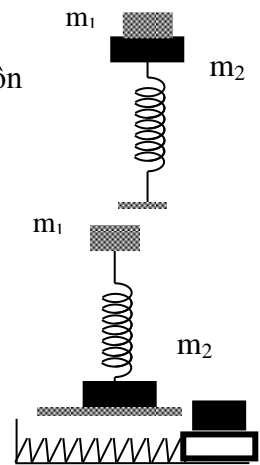
-Vật  $m_1$  được đặt trên vật  $m_2$  dao động điều hoà theo phương thẳng đứng. Để  $m_1$  luôn nằm yên trên  $m_2$  trong quá trình dao động thì:  $A \leq \frac{g}{\omega^2} = \frac{(m_1 + m_2)g}{k}$

-Vật  $m_1$  và  $m_2$  được gắn hai đầu của lò xo đặt thẳng đứng,  $m_1$  dao động điều hoà. Để  $m_2$  luôn nằm yên trên mặt sàn trong quá trình  $m_1$  dao động thì :

$A \leq \frac{g}{\omega^2} = \frac{(m_1 + m_2)g}{k}$

-Vật  $m_1$  đặt trên vật  $m_2$  dao động điều hoà theo phương ngang. Hệ số ma sát giữa  $m_1$  và  $m_2$  là  $\mu$ , bỏ qua ma sát giữa  $m_2$  với mặt sàn. Để  $m_1$  không trượt trên  $m_2$  trong

quá trình dao động thì :  $A \leq \frac{\mu g}{\omega^2} = \mu \frac{(m_1 + m_2)g}{k}$



**III. Con lắc đơn.**

**Dạng 1: Tính Tần số góc, chu kỳ, tần số khi biết độ dài  $l$ , gia tốc  $g$ .**

**Phương pháp.**

-Tần số góc:  $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$ ; chu kỳ:  $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ ; tần số:  $f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}}$

-Điều kiện dao động điều hoà: Bỏ qua ma sát, lực cản và  $\alpha_0 \ll 1$  rad hay  $S_0 \ll l$

-Các tỉ số:  $\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{l_2}{l_1}} \cdot \sqrt{\frac{g_1}{g_2}} = \frac{f_1}{f_2} = \frac{\omega_1}{\omega_2}$

-Chu kỳ tính theo số dao động  $N$ :  $T = \frac{\Delta t}{N}$

-Trong cùng một khoảng thời gian  $t$ , hai con lắc thực hiện  $N_1$  và  $N_2$  dao động :

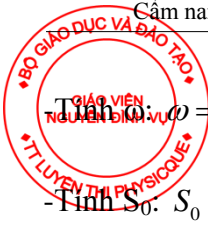
$f = \frac{N}{t} \Rightarrow \frac{g}{l} = \omega^2 = (2\pi f)^2 = \left(\frac{2\pi N}{t}\right)^2 \Rightarrow \frac{l_2}{l_1} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2$

-Thay đổi chiều dài của con lắc:  $\left(\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^2 = \left(\frac{f_1}{f_2}\right)^2 = \frac{l_2}{l_1} = \frac{l_1 \pm \Delta l}{l_1}$

-Tại cùng một nơi con lắc đơn chiều dài  $l_1$  có chu kỳ  $T_1$ , con lắc đơn chiều dài  $l_2$  có chu kỳ  $T_2$ , con lắc đơn chiều dài  $l_1 + l_2$  có chu kỳ  $T_3$ , con lắc đơn chiều dài  $l_1 - l_2$  ( $l_1 > l_2$ ) có chu kỳ  $T_4$ . Thì ta có:  $T_3^2 = T_1^2 + T_2^2$  và  $T_4^2 = T_1^2 - T_2^2$ .

**Dạng 2: Lập phương trình dao động của co lắc đơn**

**Phương pháp.**



$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

-Tìm  $S_0$ :  $S_0 = \alpha_0 l$ ;  $S_0^2 = s^2 + \frac{v^2}{\omega^2}$ ;  $\alpha_0^2 = \alpha^2 + \frac{v^2}{gl}$

-Lập hệ  $\begin{cases} s = S_0 \cos(\omega t + \varphi) \\ v = -\omega S_0 \sin(\omega t + \varphi) \end{cases}$

-Lúc  $t = 0 \Rightarrow \begin{cases} s = s_0 \\ v = v_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} S_0 \cos \varphi = s_0 \\ -\omega S_0 \sin \varphi = v_0 \end{cases} \Rightarrow \varphi = ?$

**Dạng 3: Năng lượng của con lắc đơn.**

**Phương pháp.**

-Động năng  $E_d = \frac{1}{2}mv_\alpha^2 = mgl(\cos \alpha - \cos \alpha_0)$

-Thế năng  $E_{t\alpha} = mgh_\alpha = mgl(1 - \cos \alpha)$  với  $h_\alpha = l(1 - \cos \alpha)$  ( chọn mốc thế năng khi vật ở vị trí cân bằng)

-Cơ năng  $E = E_d + E_t = mgl(1 - \cos \alpha_0) = E_{d\max} = E_{t\max}$

-khi góc nhỏ  $\alpha_0 \leq 10^\circ$  thì ta có thể viết  $E = \frac{1}{2}m\omega^2 S_0^2 = \frac{1}{2} \frac{mg}{l} S_0^2 = \frac{1}{2} mgl\alpha_0^2 = \frac{1}{2} m\omega^2 l^2 \alpha_0^2$

-Vị trí mà động năng gấp n lần thế năng  $\alpha = \pm \frac{\alpha_0}{\sqrt{n+1}}$ ;  $s = \pm \frac{S_0}{\sqrt{n+1}}$

**Dạng 4: Bài toán con lắc vướng đinh về một phía**

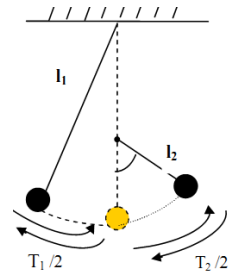
**Phương pháp.**

-Độ cao của con lắc vướng đinh so với vị trí cân bằng:

$$h_1 = l_1(1 - \cos \alpha_1); h_2 = l_2(1 - \cos \alpha_2)$$

Vì cơ năng không đổi nên:  $h_1 = h_2 \Rightarrow \frac{l_1}{l_2} = \frac{1 - \cos \alpha_1}{1 - \cos \alpha_2}$

-Chu kì của con lắc vướng đinh:  $T = \frac{T_1 + T_2}{2}$  với  $T_1$  là chu kì của con lắc lớn ( $l_1$ ),  $T_2$  là chu kì của con lắc nhỏ ( $l_2$ ).



**-Sự trùng phùng của hai con lắc:** Hai con lắc dao động với chu kì khác nhau  $T_1$  và  $T_2$ . Khi vật nặng của hai con lắc cùng qua vị trí cân bằng và chuyển động cùng chiều thì ta nói xảy ra trùng phùng. Khoảng thời gian  $t$  giữa hai lần trùng phùng liên tiếp được xác định:  $t = \frac{T_1 T_2}{|T_1 - T_2|}$  hoặc

$t = nT_1 = (n+1)T_2$  với  $n$  là số chu kì đến lúc trùng phùng mà con lắc lớn thực hiện,  $n+1$  là số chu kì con lắc nhỏ thực hiện để trùng phùng.

**Dạng 5: Lực căng dây treo và vận tốc vật nặng.**

**Phương pháp.**

\*Vận tốc  $v_\alpha = \pm \sqrt{2gl(\cos \alpha - \cos \alpha_0)}$

-Nếu  $\alpha_0 \leq 10^\circ$  thì có thể tính gần đúng  $v_\alpha = \pm \sqrt{gl(\alpha^2 - \alpha_0^2)}$

-Khi vật qua vị trí cân bằng  $v_{VTCB} = v_{\max} = \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha_0)}$  và nếu  $\alpha_0 \leq 10^\circ$  thì  $v_{\max} = \alpha_0^2 \sqrt{gl} = \omega S_0$

\*Lực căng dây treo  $\tau_\alpha = mg(3 \cos \alpha - 2 \cos \alpha_0)$

-Khi qua vị trí cân bằng  $\alpha = 0 \Rightarrow \cos \alpha = 1 \Rightarrow \tau_{\max} = mg(3 - 2 \cos \alpha_0)$

-Khi đến vị trí biên  $\alpha = \pm \alpha_0 \Rightarrow \cos \alpha = \cos \alpha_0 \Rightarrow \tau_{\min} = mg \cos \alpha_0$



Nếu  $\alpha_0 \leq 10^\circ$  thì có thể viết  $\tau_\alpha = mg(1 - 1,5\alpha^2 + \alpha_0^2) \Rightarrow \tau_{\max} = mg(1 + \alpha_0^2); \tau_{\min} = mg\left(1 - \frac{\alpha_0^2}{2}\right)$

**Dạng 6: Biến thiên chu kì của con lắc đơn theo nhiệt độ.**

**Phương pháp.**

Gọi  $T_1$  là chu kì dao động của con lắc ứng với nhiệt độ  $t_1$ ,  $T_2$  là chu kì dao động của con lắc ứng với nhiệt độ  $t_2$ . Ta có:  $\frac{\Delta T}{T_1} = \frac{T_2 - T_1}{T_1} = \frac{\alpha}{2}(t_2 - t_1)$  với  $\alpha$  là hệ số nở dài của dây treo con lắc.

-Một đồng hồ quả lắc dùng con lắc nói trên thì: Nếu  $\Delta T > 0$ : đồng hồ chạy chậm lại, nếu  $\Delta T < 0$ : đồng hồ chạy nhanh lên.

-Lượng sai lệch thời gian  $\Delta t$  trong khoảng thời gian  $\tau$  là:  $\Delta t = \frac{\alpha\tau}{2}|t_2 - t_1|$

**Dạng 7: Biến thiên chu kì của con lắc đơn theo độ cao và độ sâu.**

**Phương pháp.**

\*Ảnh hưởng do độ cao:

-Gọi  $T_1$  là chu kì dao động của con lắc ở mặt đất,  $T_2$  là chu kì dao động của con lắc ở độ cao  $h$ . Ta có:  $\frac{\Delta T}{T_1} = \frac{T_2 - T_1}{T_1} = \frac{h}{R}$ , với  $R$  là bán kính trái đất ( $R = 6400\text{km}$ )

-Một đồng hồ quả lắc dùng con lắc nói trên thì: Nếu  $\Delta T > 0$ : đồng hồ chạy chậm lại, nếu  $\Delta T < 0$ : đồng hồ chạy nhanh lên.

-Lượng sai lệch thời gian  $\Delta t$  trong khoảng thời gian  $\tau$  là:  $\Delta t = \frac{\tau \cdot h_{cao}}{R}$

\*Ảnh hưởng của độ sâu:

-Gọi  $T_1$  là chu kì dao động của con lắc ở mặt đất,  $T_2$  là chu kì dao động của con lắc ở độ sâu  $h$ . Ta có:  $\frac{\Delta T}{T_1} = \frac{T_2 - T_1}{T_1} = \frac{h}{2R}$ , với  $R$  là bán kính trái đất ( $R = 6400\text{km}$ )

-Một đồng hồ quả lắc dùng con lắc nói trên thì: Nếu  $\Delta T > 0$ : đồng hồ chạy chậm lại, nếu  $\Delta T < 0$ : đồng hồ chạy nhanh lên.

-Lượng sai lệch thời gian  $\Delta t$  trong khoảng thời gian  $\tau$  là:  $\Delta t = \frac{\tau \cdot h_{sau}}{2R}$

\*Muốn ở độ cao  $h$  đồng hồ vẫn đúng như khi ở mặt đất có nhiệt độ  $t_1$  thì:  $\frac{\alpha}{2}(t_1 - t_2) = \frac{h}{R}$ .

\*Lưu ý: Bài toán liên quan đến biến thiên chu kì nhỏ của con lắc đơn dùng công thức:

$\frac{dT}{T} = \frac{dl}{2l} - \frac{dg}{2g} + \frac{\alpha dt}{2} + \frac{dh_{cao}}{R} + \frac{dh_{sau}}{2R}$  Với  $dT, dl, dt, dh$  là các biến thiên nhỏ của chu kì, chiều dài, gia tốc, nhiệt độ, độ cao.

**Dạng 8: Chu kì của con lắc đơn khi chịu thêm ngoại lực.**

**Phương pháp.**

Khi con lắc đơn chịu thêm các lực khác như lực điện trường, lực từ, lực quán tính, lực đẩy Ác-si-mét, ... lúc này con lắc sẽ dao động với chu kì mới và có vị trí cân bằng mới.

-Vị trí cân bằng mới có phương dây treo trùng với phương của trọng lực hiệu dụng:  $\vec{P}_{hd} = m\vec{g} + \vec{F}$

-Chu kì mới  $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_{hd}}}$ . Trong đó  $g_{hd}$  là gia tốc hiệu dụng  $\vec{g}_{hd} = \vec{g} + \vec{a}$

\***Lực điện trường** khi vật nặng nhiễm điện  $q$  đặt trong điện trường  $E$ .

-Điện trường thẳng đứng:

+Nếu  $\vec{F} \nearrow \nearrow \vec{P}$ :  $P_{hd} = P + F \Rightarrow g_{hd} = g + \frac{|q|E}{m} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g + \frac{|q|E}{m}}} \Rightarrow \left(\frac{T}{T_0}\right)^2 = \frac{g}{g_{hd}} = \frac{P}{P + F}$



$$\vec{P} : P_{hd} = P - F \Rightarrow g_{hd} = g - \frac{|q|E}{m} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g - \frac{|q|E}{m}}} \Rightarrow \left(\frac{T}{T_0}\right)^2 = \frac{g}{g_{hd}} = \frac{P}{P - F}$$

-Điện trường nằm ngang:  $\vec{F} \perp \vec{P} \Rightarrow g_{hd} = \frac{P_{hd}}{m} = \frac{\sqrt{P^2 + F^2}}{m} = \sqrt{g^2 + \left(\frac{qE}{m}\right)^2}$

$$\Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g_{hd}}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{\sqrt{g^2 + \left(\frac{qE}{m}\right)^2}}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} = T_0 \sqrt{\cos \alpha} \quad \text{với } \tan \alpha = \frac{F}{mg} = \frac{|q|E}{mg}$$

\***Lực quán tính** khi con lắc đặt trong thang máy hoặc trên xe chuyển động có gia tốc a. ngoài trọng lực  $\vec{P}$  vật còn chịu thêm lực quán tính  $\vec{F}_{qt} = -m\vec{a}$ .

-Chuyển động nhanh dần đều  $\vec{a} \nearrow \nearrow \vec{v}$  ( $\vec{v}$  có hướng chuyển động)

- Chuyển động chậm dần đều  $\vec{a} \nearrow \searrow \vec{v}$  ( $\vec{v}$  có hướng chuyển động)

+Nếu đặt trong thang máy  $g_{hd} = g \pm a \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g \pm a}}$

+Nếu đặt trong xe chuyển động ngang  $g_{hd} = \sqrt{g^2 + a^2} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{\sqrt{g^2 + a^2}}}$

\***Lực đẩy Acsimet** lực này luôn thẳng đứng hướng lên, biểu thức  $F = DgV$ , với D là khối lượng riêng của chất lỏng hay chất khí; V là thể tích của phần chất lỏng hay chất khí bị vật nặng chiếm chỗ.

Trong trường hợp này  $g_{hd} = g - \frac{F}{m} = g - \frac{DgV}{m} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g - \frac{DgV}{m}}}$

#### IV. Dao động tắt dần, dao động cưỡng bức. Sự cộng hưởng.

##### Dạng 1: Bài tập về dao động tắt dần, sự cộng hưởng.

##### Phương pháp.

##### 1. Dao động tắt dần.

-Liên hệ giữa độ giảm cơ năng và độ giảm biên độ:  $\frac{\Delta E}{E} \approx \frac{\Delta A}{A}$

-Vật nặng trong con lắc lò xo dao động tắt dần với biên độ ban đầu A, hệ số ma sát  $\mu$ . Độ giảm biên độ sau mỗi chu kì là:  $\Delta A = \frac{4\mu mg}{k} = \frac{4\mu g}{\omega^2}$

-Để tính được thời gian và quãng đường từ lúc khảo sát (vật ở biên) đến lúc dừng lại ta làm như sau:

+Tính độ giảm biên độ sau một nửa chu kì:  $\Delta A_{1/2} = \frac{\Delta A}{2} = \frac{2\mu mg}{k} = \frac{2\mu g}{\omega^2} = \frac{2F_c}{k}$

+Xác định số nửa chu kì vật thực hiện được, đó là giá trị N nguyên thỏa mã biểu thức:

$$\left(\frac{A}{\Delta A_{1/2}} - \frac{1}{2}\right) \leq N \leq \left(\frac{A}{\Delta A_{1/2}} + \frac{1}{2}\right)$$

+Thời gian của dao động:  $t = N \cdot \frac{T}{2}$

+Quãng đường đi được:  $S = N(2A_1 - N \cdot \Delta A_{1/2})$

##### 2. Sự cộng hưởng.

-Điều kiện để có cộng hưởng là:  $f = f_0$ ;  $T = T_0$ ;  $\omega = \omega_0$

##### V. Tổng hợp dao động.

\*Độ lệch pha giữa hai dao động:  $\Delta \varphi = (\omega_2 t + \varphi_2) - (\omega_1 t + \varphi_1)$

\*Đối với hai dao động điều hòa cùng phương cùng tần số thì  $\Delta \varphi = \varphi_2 - \varphi_1$



Nếu  $\Delta\varphi > 0$  dao động 2 nhanh pha hơn dao động 1

Nếu  $\Delta\varphi < 0$  dao động 2 trễ pha hơn dao động 1

Nếu  $\Delta\varphi = 2n\pi (n \in \mathbb{Z})$  thì hai dao động cùng pha, khi đó  $A_{\max} = A_1 + A_2$

Nếu  $\Delta\varphi = (2n+1)\pi (n \in \mathbb{Z})$  thì hai dao động ngược pha, khi đó  $A_{\min} = |A_1 - A_2|$

Nếu  $\Delta\varphi = (2n+1)\frac{\pi}{2} (n \in \mathbb{Z})$  thì hai dao động vuông pha, khi đó  $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$

Nếu độ lệch pha là bất kì thì  $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)}$

Pha ban đầu của dao động tổng hợp  $\tan \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}$

-Khi một vật tham gia đồng thời ba dao động điều hòa cùng phương cùng tần số. Để tìm phương trình dao động tổng hợp, ta sẽ chọn 2 dao động đặc biệt để tổng hợp trước, sự đặc biệt ở đây được lựa chọn theo thứ tự ưu tiên sau: cùng pha, ngược pha, vuông góc. Sau đó mới tổng hợp với dao động còn lại.

-Khi một vật tham gia đồng thời nhiều dao động điều hòa cùng phương cùng tần số:  $x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1); x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2) \dots$ , nhưng giữa chúng không có sự đặc biệt về biên độ hay sự lệch pha như những trường hợp đã xét ở trên. Lúc này để tìm A và  $\varphi$  thì tốt nhất ta dùng công thức tính nhanh tổng quát sau:

$$A_x = A \cos \varphi = A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2 + \dots$$

$$A_y = A \sin \varphi = A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2 + \dots$$

Khi đó  $A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$  và  $\tan \varphi = \frac{A_y}{A_x}$

Nhưng cần chú ý rằng để lấy nghiệm đúng của  $\varphi$ , ta cần cẩn thận xem dấu của  $A_x$  và  $A_y$  như sau:

Nếu  $\left. \begin{matrix} A_x > 0 \\ A_y > 0 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \varphi$  thuộc góc phần tư thứ nhất của vòng tròn lượng giác.

$\left. \begin{matrix} A_x < 0 \\ A_y > 0 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \varphi \in II; \left. \begin{matrix} A_x < 0 \\ A_y < 0 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \varphi \in III; \left. \begin{matrix} A_x > 0 \\ A_y < 0 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \varphi \in IV$

-Khi một vật tham gia đồng thời nhiều dao động điều hòa cùng phương cùng tần số:  $x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1); x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2) \dots$ , cần tìm li độ, gia tốc, thế năng của vật tại thời điểm t nào đó.

Gặp bài toán này, không nhất thiết phải tìm phương trình của dao động tổng hợp, để làm nhanh chỉ cần thay giá trị của t vào từng phương trình dao động thành phần sẽ thu được giá trị đại số của chúng, cuối cùng tính tổng  $x = x_1 + x_2 + \dots; a = a_1 + a_2 + \dots$ , v.v.

-Nếu gặp bài toán cho phương trình dao động thành phần thứ nhất và phương trình dao động tổng hợp. Tìm phương trình dao động thành phần thứ 2. Ta nên làm như sau:

Viết:  $x = x_1 + x_2 \Rightarrow x_2 = x - x_1 = x + (-x_1) = x + x'$  rồi tổng hợp như cách thông thường.

\*Sử dụng máy tính Casio để giải bài toán về dao động tổng hợp.

a. Tìm dao động tổng hợp.

-Đưa máy về radian hoặc độ (thống nhất theo đề bài, đưa các phương trình dao động thành phần về cùng hàm của cos hoặc sin)

-Đối với máy Casio 570MS:

MODE → 2

→  $A_1$  → SHIFT → (-) → ( ) → NHẬP GÓC  $\varphi_1$  → ) → =

→  $A_2$  → SHIFT → (-) → ( ) → NHẬP GÓC  $\varphi_2$  → ) → =

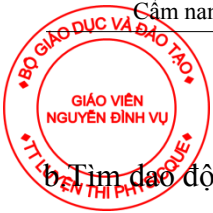
.....

→  $A_n$  → SHIFT → (-) → ( ) → NHẬP GÓC  $\varphi_n$  → ) → =

Để lấy biên độ A ta nhấn : SHIFT → + → =

Để lấy  $\varphi$  ta nhấn: SHIFT → =

-Đối với máy 570ES:



Tương tự máy tính 570 MS, nhưng khi lấy kết quả ta làm như sau:

SHIFT → 2 → 3 → =

6. Tìm dao động thành phần.

MODE → 2  
 → A → SHIFT → (-) → ( → NHẬP GÓC  $\varphi$  → ) → =  
 → A<sub>1</sub> → SHIFT → (-) → ( → NHẬP GÓC  $\varphi_1$  → ) → =  
 Để lấy biên độ A ta nhấn: SHIFT → + → =  
 Để lấy  $\varphi$  ta nhấn: SHIFT → =

## CHƯƠNG II. SÓNG CƠ HỌC

### I. Đại cương về sóng cơ.

#### Dạng 1: Bài toán về chu kì, tần số và bước sóng trong quá trình truyền sóng.

##### Phương pháp.

-Liên hệ giữa chu kì, tần số và bước sóng:  $\lambda = v.T = \frac{v}{f}$

-Liên hệ giữa số gợn sóng khi sóng truyền đi và bước sóng:

+Khoảng cách giữa hai gợn sóng (đỉnh sóng) liên tiếp là  $\lambda$

+Khoảng cách giữa n gợn sóng (đỉnh sóng) liên tiếp là  $(n-1)\lambda$

-Độ lệch pha dao động giữa hai điểm M, N bất kì trong môi trường truyền sóng cách nguồn O lần lượt là  $d_M$  và  $d_N$ :  $\Delta\varphi = 2\pi \frac{d_M - d_N}{\lambda}$ , Nếu hai điểm M, N nằm trên cùng một phương truyền sóng thì

$$\Delta\varphi = 2\pi \frac{MN}{\lambda} = 2\pi \frac{\Delta d}{\lambda}$$

+Hai dao động cùng pha  $\Leftrightarrow \Delta\varphi = k2\pi \Rightarrow d_M - d_N = k\lambda$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ) nếu cùng phương truyền sóng thì  $\Delta d = k\lambda$  ( $k \in \mathbb{Z}$ )

+Hai dao động ngược pha  $\Leftrightarrow \Delta\varphi = (2k+1)\pi \Rightarrow d_M - d_N = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ) nếu cùng phương truyền sóng thì  $\Delta d = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda$  ( $k \in \mathbb{Z}$ )

+Hai dao động vuông pha  $\Leftrightarrow \Delta\varphi = (2k+1)\frac{\pi}{2} \Rightarrow d_M - d_N = \left(k + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2}$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ) nếu cùng phương truyền sóng thì  $\Delta d = \left(k + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2}$  ( $k \in \mathbb{Z}$ )

#### Dạng 2. Phương trình sóng tại một điểm.

##### Phương pháp.

-Phương trình dao động tại nguồn O:  $u_o = A \cos(\omega t + \varphi) = A \cos\left(2\pi \frac{t}{T} + \varphi\right) = A \cos(2\pi ft + \varphi)$

-Phương trình sóng tại M cách O một đoạn x:

+Nếu M dao động trễ hơn O:

$$u_o = A \cos\left(\omega\left(t - \frac{x}{v}\right) + \varphi\right) = A \cos\left(2\pi \frac{t}{T} - 2\pi \frac{x}{\lambda} + \varphi\right) = A \cos\left(2\pi ft - 2\pi \frac{x}{\lambda} + \varphi\right)$$

+Nếu M dao động sớm hơn O:

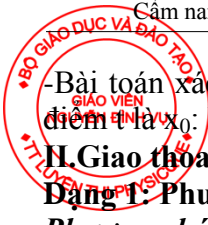
$$u_o = A \cos\left(\omega\left(t + \frac{x}{v}\right) + \varphi\right) = A \cos\left(2\pi \frac{t}{T} + 2\pi \frac{x}{\lambda} + \varphi\right) = A \cos\left(2\pi ft + 2\pi \frac{x}{\lambda} + \varphi\right)$$

-Bài toán xác định li độ dao động của điểm M tại thời điểm t:

+Xác định quãng đường sóng truyền trong khoảng thời gian t:  $S = v.t$ .

+Nếu quãng đường sóng truyền S nhỏ hơn khoảng cách từ nguồn tới M thì li độ của M lúc đó bằng 0.

+Nếu quãng đường S lớn hơn khoảng cách từ nguồn tới M thì viết phương trình dao động tại M sau đó thay t vào phương trình dao động của M để tìm li độ.



-Bài toán xác định lo độ dao động của điểm M sau (trước) thời điểm t một khoảng  $\Delta t$ , biết li độ ở thời điểm t là  $x_0$ : Làm như phần dao động điều hòa.

## II. Giao thoa sóng.

### Dạng 1: Phương trình sóng tổng hợp tại một điểm.

#### Phương pháp.

a. Tổng quát cho hai nguồn có độ lệch pha bất kì.

-Giả sử phương trình sóng tại hai nguồn cùng phương  $S_1, S_2$  cách nhau một khoảng  $l$  là:

$$u_1 = a \cos(\omega t + \varphi_1); \quad u_2 = a \cos(\omega t + \varphi_2)$$

-Phương trình sóng tại M do hai sóng từ hai nguồn truyền tới:

$$u_{1M} = a \cos\left(\omega t + \varphi_1 - 2\pi \frac{d_1}{\lambda}\right); \quad u_{2M} = a \cos\left(\omega t + \varphi_2 - 2\pi \frac{d_2}{\lambda}\right)$$

-Phương trình sóng tổng hợp tại M:  $u_M = u_{1M} + u_{2M}$

$$u_M = 2a \cos\left[\pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda} + \frac{\Delta\varphi}{2}\right] \cos\left[\omega t - \pi \frac{d_1 + d_2}{\lambda} + \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}\right]$$

-Biên độ dao động tại M:  $A_M = 2a \left| \cos\left(\pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda} + \frac{\Delta\varphi}{2}\right) \right|$  với  $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ .

-Tại M là cực đại giao thoa nếu  $\cos\left(\pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda} + \frac{\Delta\varphi}{2}\right) = \pm 1 \Rightarrow \pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda} + \frac{\Delta\varphi}{2} = k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$

-Tại M là cực tiểu giao thoa nếu  $\cos\left(\pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda} + \frac{\Delta\varphi}{2}\right) = 0 \Rightarrow \pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda} + \frac{\Delta\varphi}{2} = \left(k + \frac{1}{2}\right)\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$

b. Hai nguồn dao động cùng pha:  $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = 0$  hoặc  $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = 2k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$

-Phương trình sóng tổng hợp tại M:  $u_M = 2a \cos\left[\pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda}\right] \cos\left[\omega t - \pi \frac{d_1 + d_2}{\lambda} + \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}\right]$

-Biên độ dao động tại M:  $A_M = 2a \left| \cos\left(\pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda}\right) \right|$

-Tại M là cực đại giao thoa nếu  $\cos\left(\pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda}\right) = \pm 1 \Rightarrow \pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda} = k\pi \Rightarrow d_2 - d_1 = k\lambda \quad (k \in \mathbb{Z})$

-Tại M là cực tiểu giao thoa nếu

$$\cos\left(\pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda}\right) = 0 \Rightarrow \pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda} = \left(k + \frac{1}{2}\right)\pi \Rightarrow d_2 - d_1 = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda \quad (k \in \mathbb{Z})$$

c. Hai nguồn dao động ngược pha:  $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \pi$  hoặc  $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = (2k+1)\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$

-Phương trình sóng tổng hợp tại M:  $u_M = 2a \cos\left[\pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda} + \frac{\pi}{2}\right] \cos\left[\omega t - \pi \frac{d_1 + d_2}{\lambda} + \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}\right]$

-Biên độ dao động tại M:  $A_M = 2a \left| \cos\left(\pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda} + \frac{\pi}{2}\right) \right|$

-Tại M là cực đại giao thoa nếu

$$\cos\left(\pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda} + \frac{\pi}{2}\right) = \pm 1 \Rightarrow \pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda} + \frac{\pi}{2} = k\pi \Rightarrow d_2 - d_1 = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda \quad (k \in \mathbb{Z})$$

-Tại M là cực tiểu giao thoa nếu

$$\cos\left(\pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda} + \frac{\pi}{2}\right) = 0 \Rightarrow \pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda} + \frac{\pi}{2} = \left(k + \frac{1}{2}\right)\pi \Rightarrow d_2 - d_1 = k\lambda \quad (k \in \mathbb{Z})$$

d. Hai nguồn dao động vuông pha:  $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{\pi}{2}$  hoặc  $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = (2k+1)\frac{\pi}{2} \quad (k \in \mathbb{Z})$



Phương trình sóng tổng hợp tại M:  $u_M = 2a \cos \left[ \pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda} + \frac{\pi}{4} \right] \cos \left[ \omega t - \pi \frac{d_1 + d_2}{\lambda} + \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} \right]$

Biên độ dao động tại M:  $A_M = 2a \left| \cos \left( \pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda} + \frac{\pi}{4} \right) \right|$

-Tại M là cực đại giao thoa nếu

$$\cos \left( \pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda} + \frac{\pi}{4} \right) = \pm 1 \Rightarrow \pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda} + \frac{\pi}{4} = k\pi \Rightarrow d_2 - d_1 = \left( 2k + \frac{1}{2} \right) \frac{\lambda}{2} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

-Tại M là cực tiểu giao thoa nếu

$$\cos \left( \pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda} + \frac{\pi}{4} \right) = 0 \Rightarrow \pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda} + \frac{\pi}{4} = \left( k + \frac{1}{2} \right) \pi \Rightarrow d_2 - d_1 = \left( 2k + \frac{1}{2} \right) \frac{\lambda}{2} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

**\*Chú ý:**

-Khoảng cách giữa hai cực đại liên tiếp hoặc hai cực tiểu liên tiếp là  $\frac{\lambda}{2}$ .

-Khoảng cách giữa một cực đại và một cực tiểu liên kề là  $\frac{\lambda}{4}$ .

-Hai cực đại liên kề thì dao động ngược pha nhau.

**Dạng 2: Xác định số cực đại và cực tiểu quan sát được.**

**Phương pháp.**

1. Xác định số cực đại và số cực tiểu trên đoạn  $S_1S_2$  (là khoảng cách giữa hai nguồn).

a. Tổng quát cho hai nguồn có độ lệch pha bất kì.

-Giả sử  $S_1, S_2$  cách nhau một khoảng  $l$ .

-Số cực đại xác định bởi:  $-\frac{l}{\lambda} + \frac{\Delta\varphi}{2\pi} < k < \frac{l}{\lambda} + \frac{\Delta\varphi}{2\pi} \quad (k \in \mathbb{Z})$  số giá trị nguyên của  $k$  là số đường (điểm) cực đại qua  $S_1S_2$ .

-Số cực tiểu xác định bởi:  $-\frac{l}{\lambda} - \frac{1}{2} + \frac{\Delta\varphi}{2\pi} < k < \frac{l}{\lambda} - \frac{1}{2} + \frac{\Delta\varphi}{2\pi} \quad (k \in \mathbb{Z})$  số giá trị nguyên của  $k$  là số đường (điểm) cực tiểu qua  $S_1S_2$ .

b. Nếu hai nguồn kết hợp cùng pha.

-Giả sử  $S_1, S_2$  cách nhau một khoảng  $l$ .

-Số cực đại xác định bởi:  $-\frac{l}{\lambda} < k < \frac{l}{\lambda} \quad (k \in \mathbb{Z})$  số giá trị nguyên của  $k$  là số đường (điểm) cực đại qua  $S_1S_2$ .

-Số cực tiểu xác định bởi:  $-\frac{l}{\lambda} - \frac{1}{2} < k < \frac{l}{\lambda} - \frac{1}{2} \quad (k \in \mathbb{Z})$  số giá trị nguyên của  $k$  là số đường (điểm) cực tiểu qua  $S_1S_2$ .

c. Nếu hai nguồn kết hợp ngược pha.

-Giả sử  $S_1, S_2$  cách nhau một khoảng  $l$ .

-Số cực đại xác định bởi:  $-\frac{l}{\lambda} - \frac{1}{2} < k < \frac{l}{\lambda} - \frac{1}{2} \quad (k \in \mathbb{Z})$  số giá trị nguyên của  $k$  là số đường (điểm) cực đại qua  $S_1S_2$ .

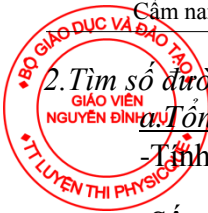
-Số cực tiểu xác định bởi:  $-\frac{l}{\lambda} < k < \frac{l}{\lambda} \quad (k \in \mathbb{Z})$  số giá trị nguyên của  $k$  là số đường (điểm) cực tiểu qua  $S_1S_2$ .

d. Nếu hai nguồn dao động vuông pha.

-Giả sử  $S_1, S_2$  cách nhau một khoảng  $l$ .

-Số cực đại xác định bởi:  $-\frac{l}{\lambda} - \frac{1}{4} < k < \frac{l}{\lambda} - \frac{1}{4} \quad (k \in \mathbb{Z})$  số giá trị nguyên của  $k$  là số đường (điểm) cực đại qua  $S_1S_2$ .

-Số cực tiểu xác định bởi:  $-\frac{l}{\lambda} + \frac{1}{4} < k < \frac{l}{\lambda} + \frac{1}{4} \quad (k \in \mathbb{Z})$  số giá trị nguyên của  $k$  là số đường (điểm) cực tiểu qua  $S_1S_2$ .



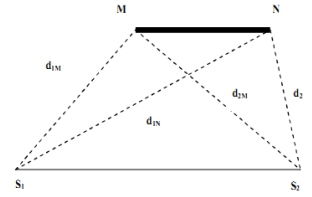
**2. Tìm số đường dao động cực đại và không dao động giữa hai điểm M, N bất kỳ.**

**a. Tổng quát cho hai nguồn có độ lệch pha bất kỳ.**

- Tính  $\Delta d_M = d_{2M} - d_{1M}$ ;  $\Delta d_N = d_{2N} - d_{1N}$ , giả sử  $\Delta d_M < \Delta d_N$

- Số cực đại xác định bởi:  $-\frac{\Delta\varphi}{2\pi} + \frac{\Delta d_M}{\lambda} < k < -\frac{\Delta\varphi}{2\pi} + \frac{\Delta d_N}{\lambda}$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ), số giá trị nguyên của k là số đường (điểm) cực đại qua MN.

- Số cực đại xác định bởi:  $-\frac{\Delta\varphi}{2\pi} + \frac{\Delta d_M}{\lambda} < k + \frac{1}{2} < -\frac{\Delta\varphi}{2\pi} + \frac{\Delta d_N}{\lambda}$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ), số giá trị nguyên của k là số đường (điểm) cực đại qua MN.



**b. Nếu hai nguồn dao động cùng pha.**

- Tính  $\Delta d_M = d_{2M} - d_{1M}$ ;  $\Delta d_N = d_{2N} - d_{1N}$ , giả sử  $\Delta d_M < \Delta d_N$

- Số cực đại xác định bởi:  $\frac{\Delta d_M}{\lambda} < k < \frac{\Delta d_N}{\lambda}$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ), số giá trị nguyên của k là số đường (điểm) cực đại qua MN.

- Số cực tiểu xác định bởi:  $\frac{\Delta d_M}{\lambda} < k + \frac{1}{2} < \frac{\Delta d_N}{\lambda}$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ), số giá trị nguyên của k là số đường (điểm) cực tiểu qua MN.

**c. Nếu hai nguồn dao động ngược pha.**

- Tính  $\Delta d_M = d_{2M} - d_{1M}$ ;  $\Delta d_N = d_{2N} - d_{1N}$ , giả sử  $\Delta d_M < \Delta d_N$

- Số cực đại xác định bởi:  $\frac{\Delta d_M}{\lambda} < k + \frac{1}{2} < \frac{\Delta d_N}{\lambda}$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ), số giá trị nguyên của k là số đường (điểm) cực đại qua MN.

- Số cực tiểu xác định bởi:  $\frac{\Delta d_M}{\lambda} < k < \frac{\Delta d_N}{\lambda}$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ) số giá trị nguyên của k là số đường (điểm) cực tiểu qua MN.

**Dạng 3. Bài toán về đường trung trực.**

**Phương pháp.**

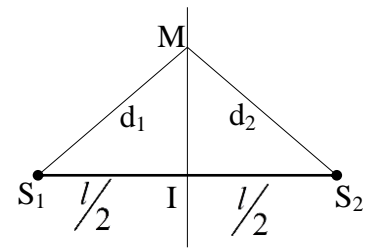
**1. Phương trình của điểm M nằm trên đường trung trực.**

- Xét hai nguồn sóng  $S_1$  và  $S_2$  dao động với phương trình  $u_1 = u_2 = A \cos(\omega t)$

- Phương trình dao động tại M có dạng:

$$u_M = 2A \cos \left[ \pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda} \right] \cos \left[ \omega t - \pi \frac{d_1 + d_2}{\lambda} \right]$$

- Vì  $d_1 = d_2 \Rightarrow u_M = 2A \cos \left[ \omega t - \pi \frac{2d_1}{\lambda} \right]$



**2. Xác định số điểm dao động cùng pha (ngược pha) với nguồn trong đoạn IC biết trước.**

- Xét điểm  $M \in IC$  thì độ lệch pha giữa nguồn và điểm M là  $\Delta\varphi = 0 - \left[ -\pi \frac{2d_1}{\lambda} \right] = \pi \frac{2d_1}{\lambda}$

**a) Số điểm dao động cùng pha.**

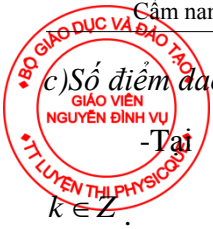
- Tại M là điểm dao động cùng pha với nguồn thì  $\pi \frac{2d_1}{\lambda} = 2k\pi \Rightarrow d_1 = k\lambda$  với  $k \in \mathbb{Z}$

- Từ hình vẽ ta có:  $AI \leq d_1 \leq AC \Rightarrow AI \leq k\lambda \leq AC$  giải hệ bất phương trình này tìm số giá trị nguyên của k đó chính là số điểm dao động cùng pha với nguồn trên IC.

**b) Số điểm dao động ngược pha.**

- Tại M là điểm dao động cùng pha với nguồn thì  $\pi \frac{2d_1}{\lambda} = (2k+1)\pi \Rightarrow d_1 = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda$  với  $k \in \mathbb{Z}$

- Từ hình vẽ ta có:  $AI \leq d_1 \leq AC \Rightarrow AI \leq \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda \leq AC$  giải hệ bất phương trình này tìm số giá trị nguyên của k đó chính là số điểm dao động ngược pha với nguồn trên IC.



c) Số điểm dao động vuông pha với nguồn.

-Tại M là điểm dao động vuông pha với nguồn thì  $\pi \frac{2d_1}{\lambda} = (2k+1) \frac{\pi}{2} \Rightarrow d_1 = \left(k + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{2}$  với  $k \in \mathbb{Z}$ .

-Từ hình vẽ ta có:  $AI \leq d_1 \leq AC \Rightarrow AI \leq \left(k + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{2} \leq AC$  giải hệ bất phương trình này tìm số giá trị nguyên của k đó chính là số điểm dao động vuông pha với nguồn trên IC.

3. Xác định vị trí M gần nhất nằm trên đường trung trực của hai nguồn dao động cùng pha (ngược pha) với nguồn.

-Xét hai nguồn sóng  $S_1$  và  $S_2$  dao động với phương trình  $u_1 = u_2 = A \cos(\omega t)$

-Phương trình dao động tại M có dạng:

$$u_M = 2A \cos \left[ \pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda} \right] \cos \left[ \omega t - \pi \frac{d_1 + d_2}{\lambda} \right]$$

-Vì  $d_1 = d_2 = d \Rightarrow u_M = 2A \cos \left[ \omega t - \pi \frac{2d}{\lambda} \right]$

-Độ lệch pha của m so với nguồn  $\Delta\varphi = 0 - \left[ -\pi \frac{2d}{\lambda} \right] = \pi \frac{2d}{\lambda}$

a) Điểm M dao động cùng pha với nguồn khi:  $\Delta\varphi = 2k\pi (k \in \mathbb{Z})$

-Vậy ta có:  $\frac{2\pi d}{\lambda} = 2k\pi \Rightarrow d = k\lambda$

-Do M nằm trên đường trung trực của  $S_1S_2$  nên  $d \geq \frac{S_1S_2}{2} \Rightarrow k\lambda \geq \frac{S_1S_2}{2} \Rightarrow k \geq \frac{S_1S_2}{2\lambda}$ . Giải bất phương trình này tìm giá trị nguyên nhỏ nhất của  $k_{\min}$  từ đó tính được  $d_{\min} = k_{\min} \cdot \lambda$

b) Điểm M dao động ngược pha với nguồn khi:  $\Delta\varphi = (2k+1)\pi (k \in \mathbb{Z})$

-Vậy ta có:  $\frac{2\pi d}{\lambda} = (2k+1)\pi \Rightarrow d = \left(k + \frac{1}{2}\right) \lambda$

-Do M nằm trên đường trung trực của  $S_1S_2$  nên  $d \geq \frac{S_1S_2}{2} \Rightarrow \left(k + \frac{1}{2}\right) \lambda \geq \frac{S_1S_2}{2} \Rightarrow k \geq \frac{S_1S_2}{2\lambda} - \frac{1}{2}$  Giải

bất phương trình này tìm giá trị nguyên nhỏ nhất của  $k_{\min}$  từ đó tính được  $d_{\min} = \left(k_{\min} + \frac{1}{2}\right) \lambda$

### III. Sóng dừng.

#### Dạng 1. Tính toán về sóng dừng.

1. Bài tập về điều kiện để có sóng dừng.

a) Hai đầu dây cố định.

-Chiều dài dây phải thỏa mãn:  $l = k \frac{\lambda}{2} (k = 1, 2, 3, \dots)$  với k là số bó (bụng) sóng, số nút là  $k + 1$ .

-Số bó sóng k tỉ lệ với tần số f:  $l = k \frac{\lambda}{2} = k \frac{v}{2f} \Rightarrow \frac{k_1}{k_2} = \frac{f_1}{f_2}$

-Bước sóng dài nhất  $\lambda_{\max} = 2l$  khi  $k = 1$  (chỉ có một bó sóng).

-Chiều dài và tần số cực tiểu của dây có sóng dừng:  $l_{\min} = \frac{\lambda}{2} (k = 1) \Rightarrow f_{\min} = \frac{v}{2l} (k = 1)$

b) Dây cố định một đầu, một đầu tự do.

-Chiều dài dây phải thỏa mãn:  $l = (2k - 1) \frac{\lambda}{4} (k = 1, 2, 3, \dots)$  với số bụng bằng số nút bằng k.

-Tần số do dây đàn phát ra (hai đầu cố định nên hai đầu là nút sóng):  $f = k \frac{v}{2l} (k = 1, 2, 3, \dots)$



Chiều dài và tần số cực tiểu của dây có sóng dừng:  $l_{\min} = \frac{\lambda}{4} (k=1) \Rightarrow f_{\min} = \frac{v}{4l} (k=1)$

Tần số do ống sáo phát ra (Một đầu bịt kín, một đầu để hở nên một đầu là nút sóng, một đầu là bụng sóng):  $f = (2k-1) \frac{v}{4l} (k=1, 2, 3, \dots)$

-Một sợi dây nối với nguồn điện xoay chiều có tần số  $f$ , dây đặt trong khoảng giữa hai bản của một nam châm hình chữ U thì dây sẽ dao động với tần số  $f$ .

-Một sợi dây thép căng thẳng, đặt gần đầu một nam châm điện thẳng, nếu dòng điện qua nam châm có tần số  $f$  thì dây sẽ dao động với tần số  $2f$ .

2. Các bài toán về khoảng cách và thời gian.

-Khoảng cách giữa hai nút hoặc hai bụng liên tiếp thì bằng nửa bước sóng.

-Khoảng cách giữa một nút và một bụng liên kề thì bằng một phần tư bước sóng.

-Khoảng cách giữa hai nút sóng hay giữa hai bụng sóng bất kì:  $d_{BB} = d_{NN} = k \frac{\lambda}{2} (k=1, 2, 3, \dots)$

-Khoảng cách giữa một nút sóng với một bụng sóng bất kì:  $d_{NB} = (2k+1) \frac{\lambda}{4} (k=0, 1, 2, 3, \dots)$

-Thời gian giữa hai lần dây duỗi thẳng liên tiếp là  $\Delta t = \frac{T}{2}$

-Bề rộng một bụng sóng là  $4a$ .

-Hai điểm đối xứng qua nút sóng luôn dao động ngược pha.

-Hai điểm đối xứng nhau qua bụng sóng luôn dao động cùng pha.

-Các điểm trên dây luôn dao động với biên độ không đổi nên năng lượng sóng không truyền đi.

3. Bài toán về phương trình sóng dừng trên sợi dây AB.

a) Đầu B cố định (nút sóng).

-Phương trình sóng tới và sóng phản xạ tại B:  $u_B = a \cos 2\pi ft$  và  $u'_B = -a \cos 2\pi ft = a \cos(2\pi ft - \pi)$

-Phương trình sóng tới và sóng phản xạ tại M cách B một khoảng  $d$ :  $u_M = a \cos\left(2\pi ft + 2\pi \frac{d}{\lambda}\right)$  và

$u'_M = a \cos\left(2\pi ft - \pi - 2\pi \frac{d}{\lambda}\right)$

-Phương trình sóng dừng tại M:

$$u = u_M + u'_M \Rightarrow u = 2a \cos\left(2\pi \frac{d}{\lambda} + \frac{\pi}{2}\right) \cos\left(2\pi ft - \frac{\pi}{2}\right) = 2a \sin\left(2\pi \frac{d}{\lambda}\right) \cos\left(2\pi ft - \frac{\pi}{2}\right)$$

-Biên độ dao động của phần tử tại M:  $A_M = 2a \left| \cos\left(2\pi \frac{d}{\lambda} + \frac{\pi}{2}\right) \right| = 2a \left| \sin\left(2\pi \frac{d}{\lambda}\right) \right|$

b) Đầu B tự do (bụng sóng).

-Phương trình sóng tới và sóng phản xạ tại B:  $u_B = u'_B = a \cos 2\pi ft$

-Phương trình sóng tới và sóng phản xạ tại M cách B một khoảng  $d$ :  $u_M = a \cos\left(2\pi ft + 2\pi \frac{d}{\lambda}\right)$  và

$u'_M = a \cos\left(2\pi ft - 2\pi \frac{d}{\lambda}\right)$

-Phương trình sóng dừng tại M:  $u = u_M + u'_M \Rightarrow u = 2a \cos\left(2\pi \frac{d}{\lambda}\right) \cos(2\pi ft)$

-Biên độ dao động của phần tử tại M:  $A_M = 2a \left| \cos\left(2\pi \frac{d}{\lambda}\right) \right|$

#### IV. Sóng âm.

##### Dạng 1. Tính toán về sóng âm. hương pháp.



Cường độ âm tại một điểm các nguồn một khoảng  $r$ :  $I = \frac{E}{S.t} = \frac{E}{4\pi r^2 t} = \frac{P}{4\pi r^2}$

Mức cường độ âm tại một điểm:

+Theo đơn vị ben (B):  $L(B) = \lg \frac{I}{I_0}$

+Theo đơn vị đêxiben (dB):  $L(dB) = 10 \lg \frac{I}{I_0}$

+Cường độ âm chuẩn:  $I_0 = 10^{-12} \text{ W / m}^2$

-Tính cường độ âm tại một điểm khi biết mức cường độ âm  $L$  tại đó:  $L = 10 \lg \frac{I}{I_0} \Rightarrow I \cong I_0 10^{\left(\frac{L}{10}\right)}$

-Định luật bảo toàn năng lượng  $\Rightarrow E = I_1 S_1 = I_2 S_2 \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{S_2}{S_1} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2$

-Ta có:  $L_2 - L_1 = 10 \lg \frac{I_2}{I_0} - 10 \lg \frac{I_1}{I_0} = 10 \lg \frac{I_2}{I_1}$  Tức là khi cường độ âm  $I$  tăng (giảm)  $10^n$  thì mức cường độ âm  $L$  sẽ cộng thêm (trừ đi)  $10n$  (dB).

### CHƯƠNG III. DÒNG ĐIỆN XOAY CHIỀU.

#### I.Đại cương về dòng điện xoay chiều.

##### Dạng 1. Đại cương về dòng điện xoay chiều.

##### Phương pháp.

##### 1.Tính toán về dòng điện xoay chiều.

a.Biểu thức điện áp tức thời và dòng điện tức thời:

$u = U_0 \cos(\omega t + \varphi_u)$  và  $i = I_0 \cos(\omega t + \varphi_i)$

Với  $\varphi = \varphi_u - \varphi_i$  là độ lệch pha của  $u$  so với  $i$ , có  $-\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$

+Nếu  $\varphi > 0$  thì  $u$  nhanh pha hơn  $i$ .

+Nếu  $\varphi < 0$  thì  $u$  chậm pha hơn  $i$ .

+Nếu  $\varphi = 0$  thì  $u$  cùng pha  $i$ .

b.Dòng điện xoay chiều  $i = I_0 \cos(\omega t + \varphi_i) = I_0 \cos(2\pi f t + \varphi_i)$

\* Mỗi giây đổi chiều  $2f$  lần

\* Nếu pha ban đầu  $\varphi_i = -\frac{\pi}{2}$  hoặc  $\varphi_i = \frac{\pi}{2}$  thì chỉ giây đầu tiên

đổi chiều  $(2f - 1)$  lần.

c.Công thức tính thời gian đèn huỳnh quang sáng hoặc tắt trong một chu kỳ khi đặt điện áp  $u = U_0 \cos(\omega t + \varphi_u)$  vào hai đầu bóng đèn, biết đèn chỉ sáng lên khi  $u \geq U_1$ .

-Thời gian đèn sáng là:  $\Delta t_s = \frac{4\Delta\varphi}{\omega}$  Với  $\cos\Delta\varphi = \frac{U_1}{U_0}$ , ( $0 < \Delta\varphi < \pi/2$ )

-Thời gian đèn tắt là:  $\Delta t_t = \frac{2\pi - 4\Delta\varphi}{\omega}$

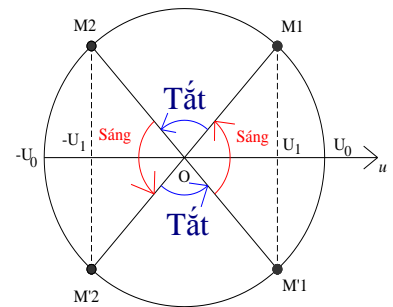
-Tỉ số giữa thời gian đèn sáng và tắt trong một chu kỳ:  $H = \frac{\Delta t_s}{\Delta t_t} = \frac{4\Delta\varphi}{2\pi - 4\Delta\varphi}$

d.Điện lượng chuyển qua mạch điện trong thời gian từ  $t_1$  đến  $t_2$ .

-Cho mạch điện có dòng điện chạy trong mạch với phương trình  $i = I_0 \cos(\omega t + \varphi_i)$ . Trong

khoảng thời gian từ  $t_1$  đến  $t_2$  điện lượng chuyển qua mạch là  $q = \int_{t_1}^{t_2} I_0 \cos(\omega t + \varphi_i) dt$

2.Sự tạo thành dòng điện xoay chiều - Suất điện động cảm ứng.





-Từ thông qua khung dây có diện tích S gồm N vòng dây:

$$\phi = NBS \cos(\vec{n}, \vec{B}) = NBS \cos(\omega t + \varphi) = \Phi_0 \cos(\omega t + \varphi)$$

với  $\Phi_0 = NBS$  là từ thông cực đại qua cuộn dây.

+Đối với một ống dây có độ tự cảm L thì  $\phi = Li$ , với  $L = 4\pi \cdot 10^{-7} \mu \frac{N^2}{l} S$ ; trong đó N là số vòng dây, l là chiều dài ống dây, S là diện tích tiết diện của ống dây và  $\mu$  là độ từ thẩm của môi trường ( trong chân không và không khí  $\mu = 1$ ).

-Suất điện động trong khung dây của máy phát điện:

$$e = -\frac{d\phi}{dt} = \omega NBS \sin(\omega t + \varphi) = E_0 \sin(\omega t + \varphi) = E_0 \cos\left(\omega t + \varphi - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\text{với } E_0 = \omega NBS = \omega \cdot \Phi_0$$

$$\text{-Các giá trị hiệu dụng: } I = \frac{I_0}{\sqrt{2}}; U = \frac{U_0}{\sqrt{2}}; E = \frac{E_0}{\sqrt{2}}$$

## II. Dòng điện trong đoạn mạch chỉ có điện trở thuần, cuộn cảm hoặc tụ điện.

### Dạng 2. Dòng điện xoay chiều trong đoạn mạch chỉ chứa một phần tử.

#### phương pháp.

##### 1. Định luật Ôm cho các đoạn mạch.

a. Đoạn mạch chỉ có điện trở thuần:  $I = \frac{U_R}{R}; I_0 = \frac{U_{0R}}{R}$

b. Đoạn mạch chỉ có tụ điện:  $I = \frac{U_C}{Z_C} \Rightarrow U_C = I \cdot Z_C; I_0 = \frac{U_{0C}}{Z_C}$  với  $Z_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi fC}$

c. Đoạn mạch chỉ có cuộn cảm thuần:  $I = \frac{U_L}{Z_L} \Rightarrow U_L = I \cdot Z_L; I_0 = \frac{U_{0L}}{Z_L}$  với  $Z_L = \omega L = 2\pi fL$

##### 2. Biểu thức dòng điện và điện áp.

a. Đoạn mạch chỉ có điện trở thuần:  $i = I_0 \cos(\omega t + \varphi_i) \Leftrightarrow u_R = U_{0R} \cos(\omega t + \varphi_i) (\varphi_i = \varphi_u)$

b. Đoạn mạch chỉ có tụ điện.

-Cho  $i = I_0 \cos(\omega t + \varphi_i) \Rightarrow u_C = U_{0C} \cos\left(\omega t + \varphi_i - \frac{\pi}{2}\right) (\varphi = \varphi_u - \varphi_i = -\frac{\pi}{2})$

-Cho  $u_C = U_{0C} \cos(\omega t + \varphi_u) \Rightarrow i = I_0 \cos\left(\omega t + \varphi_u + \frac{\pi}{2}\right) (\varphi = \varphi_u - \varphi_i = -\frac{\pi}{2})$

c. Đoạn mạch chỉ có cuộn cảm thuần.

-Cho  $i = I_0 \cos(\omega t + \varphi_i) \Rightarrow u_L = U_{0L} \cos\left(\omega t + \varphi_i + \frac{\pi}{2}\right) (\varphi = \varphi_u - \varphi_i = \frac{\pi}{2})$

-Cho  $u_L = U_{0L} \cos(\omega t + \varphi_u) \Rightarrow i = I_0 \cos\left(\omega t + \varphi_u - \frac{\pi}{2}\right) (\varphi = \varphi_u - \varphi_i = \frac{\pi}{2})$

##### 3. Hệ thức độc lập.

-Với đoạn mạch chỉ có tụ điện C hoặc chỉ có cuộn cảm thuần L thì ta có hệ thức:  $\left(\frac{i}{I_0}\right)^2 + \left(\frac{u}{U_0}\right)^2 = 1$

##### 4. Ghép các linh kiện.

Cách mắc	Điện trở thuần R	Tụ điện C	Cuộn cảm thuần L
Nối tiếp	$R = R_1 + R_2$	$Z_C = Z_{C_1} + Z_{C_2} \Rightarrow \frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$	$Z_L = Z_{L_1} + Z_{L_2} \Rightarrow L = L_1 + L_2$
Song song	$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$	$Z_C = \frac{Z_{C_1} Z_{C_2}}{Z_{C_1} + Z_{C_2}} \Rightarrow C = C_1 + C_2$	$Z_L = \frac{Z_{L_1} Z_{L_2}}{Z_{L_1} + Z_{L_2}} \Rightarrow \frac{1}{L} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}$

## III. Mạch điện R-L-C nối tiếp.

### Dạng 3. Đại cương về mạch RLC nối tiếp.



**Phương pháp.**

1. Tính tổng trở, điện áp và cường độ dòng điện qua mạch.

a. Tổng trở của mạch RLC.

-Theo cấu tạo:  $Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$

-Theo định luật Ôm:  $Z = \frac{U}{I} = \frac{U_0}{I_0}$

b. Điện áp và dòng điện.

-Định luật Ôm:  $I = \frac{U}{Z}; I_0 = \frac{U_0}{Z}$

-Giữa các điện áp có mối liên hệ:  $U^2 = U_R^2 + (U_L - U_C)^2$  hoặc  $U_0^2 = U_{0R}^2 + (U_{0L} - U_{0C})^2$

2. Viết biểu thức cường độ dòng điện và biểu thức điện áp.

-Tính tổng trở Z.

-Tính độ lệch pha giữa u và i:  $\tan \varphi = \frac{U_L - U_C}{U_R} = \frac{Z_L - Z_C}{R} \Rightarrow \varphi = ?$  chú ý chỉ lấy  $-\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$

a. Cho biểu thức cường độ dòng điện  $i = I_0 \cos(\omega t + \varphi_i)$  viết biểu thức điện áp.

-Tính  $U_0 = I_0 \cdot Z = I \cdot Z \cdot \sqrt{2} = U \sqrt{2}$

-Tính  $\varphi_u = \varphi + \varphi_i$

-Vậy biểu thức điện áp:  $u = U_0 \cos(\omega t + \varphi_u) = U_0 \cos(\omega t + \varphi + \varphi_i)$

b. Cho biểu thức điện áp  $u = U_0 \cos(\omega t + \varphi_u)$  viết biểu thức cường độ dòng điện.

-Tính  $I_0 = \frac{U_0}{Z} = \frac{U \sqrt{2}}{Z} = I \sqrt{2}$

-Tính  $\varphi_i = \varphi_u - \varphi$

-Vậy biểu thức cường độ dòng điện:  $i = I_0 \cos(\omega t + \varphi_i) = I_0 \cos(\omega t + \varphi_u - \varphi)$

3. Cộng hưởng điện.

-Khi  $R = const$ ; mạch có L, C hoặc  $\omega(f)$  biến thiên. Nếu thấy trong mạch có một trong các dấu hiệu như:  $Z_L = Z_C; \omega^2 = \frac{1}{LC}$ ; u hai đầu mạch cùng pha với i; . . . thì sẽ kết luận trong mạch có cộng hưởng điện và sử dụng các dấu hiệu còn lại để suy ra biểu thức chứa ẩn cần tìm.

4. Đoạn mạch có khóa K.

-Khi khóa K mở thì dòng điện chạy qua đoạn mạch mắc song song với khóa.

-Khi khóa K đóng thì dòng điện chạy qua đoạn mạch mắc nối tiếp với khóa.

\*Đặc biệt khóa K mắc song song với C hoặc L, khi đóng hay mở thì  $I_{đóng} = I_{mở}$ .

+Khóa K mắc song song với C:  $Z_{đóng} = Z_{mở} \Rightarrow R^2 + (Z_L - Z_C)^2 = R^2 + Z_L^2 \Rightarrow \begin{cases} Z_C = 0 \\ Z_C = 2Z_L \end{cases}$

+ Khóa K mắc song song với L:  $Z_{đóng} = Z_{mở} \Rightarrow R^2 + (Z_L - Z_C)^2 = R^2 + Z_C^2 \Rightarrow \begin{cases} Z_L = 0 \\ Z_L = 2Z_C \end{cases}$

5. Bài toán về độ lệch pha.

a. Độ lệch pha giữa điện áp u và dòng điện i:

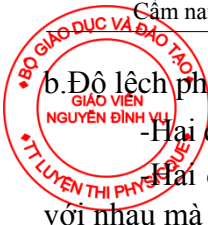
-Áp dụng:  $\tan \varphi = \frac{U_L - U_C}{U_R} = \frac{U_{0L} - U_{0C}}{U_{0R}} = \frac{Z_L - Z_C}{R}$

+Nếu  $Z_L > Z_C$  thì  $\varphi > 0$ : u nhanh pha hơn i.

+Nếu  $Z_L < Z_C$  thì  $\varphi < 0$ : u chậm pha hơn i.

+Nếu  $Z_L = Z_C$  thì  $\varphi = 0$ : u cùng pha với i.

-Chú ý có thể sử dụng giản đồ véc tơ để tìm độ lệch pha.



b. Độ lệch pha giữa hai điện áp:  $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$

-Hai điện áp cùng pha thì  $\Delta\varphi = 0 \Rightarrow \tan \varphi_1 = \tan \varphi_2$

Hai đoạn mạch AM gồm  $R_1L_1C_1$  nối tiếp và đoạn mạch MB gồm  $R_2L_2C_2$  nối tiếp mắc nối tiếp với nhau mà có đặc điểm  $U_{AB} = U_{AM} + U_{MB}$  thì  $u_{AB}$ ,  $u_{AM}$  và  $u_{MB}$  cùng pha nên:

$$\tan \varphi_{AB} = \tan \varphi_{AM} = \tan \varphi_{MB} \Rightarrow \frac{Z_{L1} - Z_{C1}}{R_1} = \frac{Z_{L2} - Z_{C2}}{R_2}$$

-Hai điện áp lệch pha nhau  $\frac{\pi}{2}$  thì:  $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \pm \frac{\pi}{2} \Rightarrow \tan \varphi_1 \cdot \tan \varphi_2 = -1$

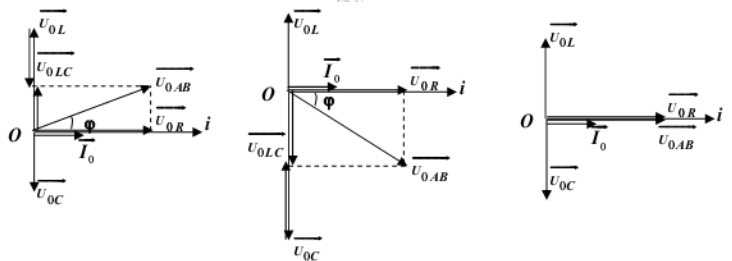
-Hai đoạn mạch AM gồm  $R_1L_1C_1$  nối tiếp và đoạn mạch MB gồm  $R_2L_2C_2$  nối tiếp mắc nối tiếp với nhau có điện áp lệch pha  $\Delta\varphi$ :

+Với  $\tan \varphi_1 = \frac{Z_{L1} - Z_{C1}}{R_1}$  và  $\tan \varphi_2 = \frac{Z_{L2} - Z_{C2}}{R_2}$

+Viết  $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 \Rightarrow \tan \Delta\varphi = \frac{\tan \varphi_2 - \tan \varphi_1}{1 + \tan \varphi_1 \cdot \tan \varphi_2}$

+Nếu  $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \pm \frac{\pi}{2} \Rightarrow \tan \varphi_1 \cdot \tan \varphi_2 = -1 \Rightarrow \frac{Z_{L1} - Z_{C1}}{R_1} \cdot \frac{Z_{L2} - Z_{C2}}{R_2} = -1$

-Trường hợp độ lệch pha giữa hai điện áp là bất kì thì dùng giản đồ véc tơ để giải.



5. Công suất tiêu thụ của mạch điện xoay chiều.

-Công suất tức thời  $p = ui$

-Công suất tỏa nhiệt  $P = (R+r)I^2$

-Công suất tiêu thụ  $P = UI \cos \varphi$  với  $\cos \varphi$  là hệ số công suất.

-Đối với mạch điện RLC nối tiếp thì hệ số công suất:

$$\cos \varphi = \frac{U_R}{U} = \frac{R}{Z} \Rightarrow P = RI^2 = \frac{RU^2}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}$$

**Dạng 4. Các bài toán về biến thiên và cực trị trong mạch RLC.**

**Phương pháp.**

**1. Các bài toán liên quan đến cực trị của công suất.**

a. Nếu  $R, U = const$ , thay đổi  $L$  hoặc  $C$ , hoặc  $\omega(f)$ . Tìm điều kiện để  $P_{max}$ .

Cách làm: Từ  $P = \frac{U^2 R}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} \Rightarrow P = P_{max} = \frac{U^2}{R} \Leftrightarrow Z_L = Z_C$  hay  $\omega^2 LC = 1$  (Lúc này trong

mạch xảy ra cộng hưởng và hệ số công suất  $\cos \varphi = 1$ )

b. Nếu  $L, C, \omega, U = const$ . Thay đổi  $R$ , tìm  $R$  để  $P_{max}$ .

Cách làm: Từ  $P = \frac{U^2 R}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}$  dùng bất đẳng thức Côsi cho

$$P_{max} = \frac{U^2}{2|Z_L - Z_C|} = \frac{U^2}{2R} \Leftrightarrow R = |Z_L - Z_C|. \text{ Lúc này hệ số công suất của mạch } \cos \varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

c. Mạch  $R - r - L - C$  khi có  $R$  biến đổi.

\*  $P_{ABmax} = \frac{U^2}{2|Z_L - Z_C|} = \frac{U^2}{2(R+r)} \Leftrightarrow (R+r) = |Z_L - Z_C|$

\*  $P_{Rmax} = \frac{U^2}{2(R+r)} \Leftrightarrow R = \sqrt{r^2 + (Z_L - Z_C)^2}$

d. Mạch  $R - L - C$  khi  $R$  biến đổi có hai giá trị  $R_1 \neq R_2$  để cho công suất có cùng một giá trị  $P < P_{max}$ .



Cách làm: Từ  $P = \frac{U^2 R}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} \Rightarrow PR^2 - U^2 R + P(Z_L - Z_C)^2 = 0$

-Theo Vi-ét: 
$$\begin{cases} R_1 + R_2 = \frac{U^2}{P} \\ \sqrt{R_1 R_2} = |Z_L - Z_C| \end{cases}$$

-khi R biến đổi có hai giá trị  $R_1 \neq R_2$  công suất có cùng giá trị  $P < P_{\max}$ . Giá trị của R để công suất cực đại là  $R = \sqrt{R_1 R_2}$ ;  $P_{\max} = \frac{U^2}{2R}$ .

e. Mạch R - r - L - C khi R biến đổi có hai giá trị  $R_1 \neq R_2$  để cho công suất có cùng một giá trị  $P < P_{\max}$ .

Cũng theo Vi-ét ta có: 
$$\begin{cases} R_1 + R_2 + 2r = \frac{U^2}{P} \\ (R_1 + r)(R_2 + r) = (Z_L - Z_C)^2 \end{cases}$$

**2. Mạch L - R - C có C biến đổi. Bài toán tìm C để:**

a.  $Z_{\min}, I_{\max}, U_{R\max}, U_{L\max}, U_{RL\max}, P_{AB\max}, \cos \varphi$  cực đại,  $u_R$  cùng pha với  $u_{AB} \dots$ ?

Tất cả các trường hợp trên đều liên quan tới cộng hưởng điện, chúng đều có kết quả  $Z_L = Z_C$

b.  $U_{C\max} = ?$

Cách làm: Dùng phương pháp đại số hay phương pháp giản đồ véc tơ đều cho kết quả:

$Z_C = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L}; U_{C\max} = \frac{U \sqrt{R^2 + Z_L^2}}{R}$  và  $U_{C\max}^2 = U^2 + U_R^2 + U_L^2; U_{C\max}^2 - U_L U_{C\max} - U^2 = 0$ ; khi đó

$\vec{U}_{RL} \perp \vec{U}_{AB}$  và  $U_{AB}$  chậm pha hơn i.

c.  $U_{RC} = U_{RC\max} = ?$

Cách làm: Triển khai  $U_{RC} = I Z_{RC}$  rồi dùng phương pháp đạo hàm để khảo sát, cuối cùng thu được

$U_{RC\max} \Leftrightarrow Z_C^2 - Z_L Z_C - R^2 = 0$  hay Khi  $Z_C = \frac{Z_L + \sqrt{4R^2 + Z_L^2}}{2}$  thì  $U_{RC\max} = \frac{2UR}{\sqrt{4R^2 + Z_L^2} - Z_L}$

d.  $U_{RL} = I \sqrt{R^2 + Z_L^2}$  luôn không đổi với mọi giá trị của R (mạch có R ở giữa L và C)

Cách làm: Biến đổi đại số để thu được  $Z_C(Z_C - 2Z_L) \Rightarrow Z_C = 2Z_L$

e.  $\vec{U}_{RL} \perp \vec{U}_{RC}$  (Có R ở giữa L và C)

Cách làm: Dùng biểu thức  $\tan \varphi_1 \cdot \tan \varphi_2 = -1$  hoặc vẽ giản đồ véc tơ, cuối cùng ta được:

$Z_L \cdot Z_C = R^2$

f.  $\vec{U}_{RL} \perp \vec{U}_{RC}$  và  $U_{RL} = a; U_{RC} = b$ . Tìm  $U_R, U_L, U_C$ .

Cách làm: Từ 
$$\begin{cases} U_L U_C = U_R^2 \\ U_R^2 + U_L^2 = U_L(U_C + U_L) = a^2 \Rightarrow \frac{U_L}{U_C} = \left(\frac{a}{b}\right)^2 \\ U_R^2 + U_C^2 = U_C(U_L + U_C) = b^2 \end{cases}$$
 và  $U_R = U_C \cdot \frac{a}{b} = U_L \cdot \frac{b}{a}$

Có thể dùng giản đồ véc tơ sẽ cho kết quả nhanh nhất.

g. Khi C thay đổi, có hai giá trị  $C_1$  và  $C_2$  cho độ lệch pha giữa i và u là như nhau hoặc I, P không đổi thì:

$Z_L = \frac{Z_{C1} + Z_{C2}}{2}$

h. Khi C thay đổi, có hai giá trị  $C_1$  và  $C_2$  cho độ lệch pha giữa i và u là như nhau hoặc I, P không đổi.

Tìm C để có cộng hưởng điện. Phương pháp giải: Biến đổi toán học, thu được:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) \Rightarrow C = \frac{2C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$



i. Khi  $C$  thay đổi, có hai giá trị  $C_1$  và  $C_2$  là cho hiệu điện thế trên tụ trong hai trường hợp bằng nhau. Tìm

$C$  để hiệu điện thế trên tụ đạt cực đại thì  $C$  phải thỏa mãn:  $C = \frac{C_1 + C_2}{2}$

**3. Mạch  $C - R - L$  có  $L$  biến đổi. Bài toán tìm  $L$  để:**

a.  $Z_{\min}, I_{\max}, U_{R\max}, U_{C\max}, U_{RC\max}, P_{AB\max}, \cos \varphi$  cực đại,  $u_C$  trễ pha  $\frac{\pi}{2}$  so với  $u_{AB} \dots ?$

Tất cả các trường hợp trên đều liên quan tới cộng hưởng điện, chúng đều có kết quả  $Z_L = Z_C$

b.  $U_{L\max} = ?$

Cách làm: Dùng phương pháp đại số hay phương pháp giản đồ véc tơ đều cho kết quả:

$$Z_L = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C}; U_{C\max} = \frac{U\sqrt{R^2 + Z_C^2}}{R} \quad \text{và} \quad U_{L\max}^2 = U^2 + U_R^2 + U_C^2; U_{L\max}^2 - U_C U_{L\max} - U^2 = 0; \quad \text{khi đó}$$

$\vec{U}_{RL} \perp \vec{U}_{AB}$  và  $U_{AB}$  nhanh pha hơn  $i$ .

c.  $U_{RL} = I\sqrt{R^2 + Z_L^2}$  cực đại ( $R$  ở giữa  $L$  và  $C$ ).

Cách làm: Dùng phương pháp đạo hàm ta thu được:  $U_{RL\max} \Leftrightarrow Z_L^2 - Z_L Z_C - R^2 = 0$  hay khi

$$Z_L = \frac{Z_C + \sqrt{4R^2 + Z_C^2}}{2} \quad \text{thì} \quad U_{RL\max} = \frac{2UR}{\sqrt{4R^2 + Z_C^2} - Z_C}$$

d.  $\vec{U}_{RL} \perp \vec{U}_{RC}$  (Có  $R$  ở giữa  $L$  và  $C$ )

Cách làm: Dùng biểu thức  $\tan \varphi_1 \cdot \tan \varphi_2 = -1$  hoặc vẽ giản đồ véc tơ, cuối cùng ta được:

$$Z_L \cdot Z_C = R^2$$

e. Khi gặp bài toán  $L$  biến thiên, có hai giá trị  $L_1, L_2$  cho cùng một cường độ dòng điện, hoặc công suất tiêu thụ trong hai trường hợp bằng nhau, hay cho cùng độ lớn của sự lệch pha giữa  $u$  và  $i$  thì bao giờ ta

cũng có hệ thức:  $Z_C = \frac{Z_{L1} + Z_{L2}}{2}$

f. Khi gặp bài toán  $L$  biến thiên, có hai giá trị  $L_1, L_2$  cho cùng một cường độ dòng điện, hoặc công suất tiêu thụ trong hai trường hợp bằng nhau, hay cho cùng độ lớn của sự lệch pha giữa  $u$  và  $i$ . Tìm  $L$  để có

cộng hưởng điện thì bao giờ cũng thu được:  $L = \frac{L_1 + L_2}{2}$

g. Khi gặp bài toán  $L$  biến thiên, có hai giá trị  $L_1, L_2$  cho cùng một hiệu điện thế trên cuộn dây. Tìm  $L$  để

hiệu điện thế trên cuộn dây đạt cực đại thì  $\frac{1}{L} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} \right) \Rightarrow L = \frac{2L_1 L_2}{L_1 + L_2}$

**4. Mạch  $R - L - C$  có tần số  $f$  thay đổi. Tìm  $f$  để:**

a.  $Z_{\min}, I_{\max}, U_{R\max}, U_{L\max}, U_{RL\max}, P_{AB\max}, \cos \varphi$  cực đại.

Tất cả các trường hợp trên đều liên quan tới cộng hưởng điện, chúng đều có kết quả  $Z_L = Z_C$  hay

$$\omega^2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

b.  $U_C = IZ_C$  cực đại?

$$\text{Khi } \omega = 2\pi f = \frac{1}{L} \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}} \quad \text{thì} \quad U_{C\max} = \frac{2U \cdot L}{R\sqrt{4LC - R^2 C^2}}$$

c.  $U_L = IZ_L$  cực đại?

$$\text{Khi } \omega = 2\pi f = \frac{1}{C} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}}} \quad \text{thì} \quad U_{L\max} = \frac{2U \cdot L}{R\sqrt{4LC - R^2 C^2}}$$

d. Thay đổi  $f$  có hai giá trị  $f_1 \neq f_2$ , biết  $f_1 + f_2 = a$  thì  $I_1 = I_2$ , hoặc  $P_{\max}$ , hoặc  $U_{R\max}$  ?



Cách làm: Ta có  $Z_1 = Z_2 \Rightarrow (Z_{L1} - Z_{C1})^2 = (Z_{L2} - Z_{C2})^2 \Rightarrow \begin{cases} \omega_1 \cdot \omega_2 = \frac{1}{LC} = \omega_{\text{cong huong}}^2 \\ \omega_1 + \omega_2 = 2\pi a \end{cases}$

e. Mạch RLC, khi  $\omega$  thay đổi có hai giá trị  $\omega_1 \neq \omega_2$  là cho điện áp trên tụ điện là như nhau. Xác định giá trị của  $\omega$  để điện áp trên tụ điện đạt giá trị cực đại. Khi đó  $\omega$  thỏa mãn hệ thức:  $\omega^2 = \frac{1}{2}(\omega_1^2 + \omega_2^2)$

f. Mạch RLC, khi  $\omega$  thay đổi có hai giá trị  $\omega_1 \neq \omega_2$  là cho điện áp trên cuộn cảm là như nhau. Xác định giá trị của  $\omega$  để điện áp trên cuộn cảm đạt giá trị cực đại. Khi đó  $\omega$  thỏa mãn hệ thức:

$$\frac{1}{\omega^2} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\omega_1^2} + \frac{1}{\omega_2^2} \right)$$

### Dạng 5. Bài toán hộp kín (hộp đen)

#### Phương pháp

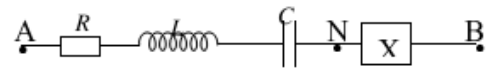
1. Dựa vào độ lệch pha  $\varphi_x$  giữa điện áp hai đầu hộp kín và dòng điện trong mạch.

#### a. Hộp kín 1 phần tử.

-Nếu  $\varphi_x = 0$ : Hộp kín chứa R

-Nếu  $\varphi_x = \frac{\pi}{2}$ : Hộp kín chứa cuộn dây thuần cảm L

-Nếu  $\varphi_x = -\frac{\pi}{2}$ : Hộp kín chứa tụ điện C



#### b. Hộp kín chứa 2 phần tử.

-Nếu  $0 < \varphi_x < \frac{\pi}{2}$ : Hộp kín chứa điện trở R và cuộn cảm L

-Nếu  $-\frac{\pi}{2} < \varphi_x < 0$ : Hộp kín chứa R và C

-Nếu  $\varphi_x = \frac{\pi}{2}$ : Hộp kín chứa cuộn dây thuần cảm mắc nối tiếp với tụ điện C có  $Z_L > Z_C$

-Nếu  $\varphi_x = -\frac{\pi}{2}$ : Hộp kín chứa cuộn dây thuần cảm mắc nối tiếp với tụ điện C có  $Z_L < Z_C$

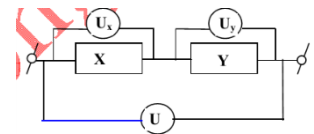
-Nếu  $\varphi_x = 0$ : Hộp kín chứa cuộn dây thuần cảm mắc nối tiếp với tụ điện C có  $Z_L = Z_C$

2. Dựa vào điện áp.

-Nếu  $U = |U_x - U_y|$  đó là L và C

-Nếu  $U = \sqrt{U_x^2 + U_y^2}$  đó là:  $\begin{cases} R \text{ nt } C \\ R \text{ nt } L \end{cases}$

-Nếu  $U = U_x + U_y$  X và Y chứa cùng một phần tử (cùng R, cùng L hoặc cùng C)



### IV. Các thiết bị điện.

#### Dạng 5. Máy phát điện xoay chiều - Động cơ điện và máy biến áp.

##### Phương pháp.

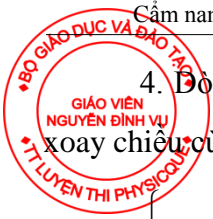
1. Tần số dòng điện do máy phát điện xoay chiều một pha có p cặp cực, rôto quay với vận tốc n vòng/giây phát ra:  $f = n.p$  (Hz). Nếu tốc độ quay của rôto n là vòng trên phút thì  $f = \frac{n.p}{60}$

2. Từ thông gửi qua khung dây của máy phát điện  $\Phi = NBS \cos(\omega t + \varphi) = \Phi_0 \cos(\omega t + \varphi)$

Với  $\Phi_0 = NBS$  là từ thông cực đại, N là số vòng dây, B là cảm ứng từ của từ trường, S là diện tích của vòng dây,  $\omega = 2\pi f$

3. Suất điện động trong khung dây:  $e = \omega NSB \cos(\omega t + \varphi - \frac{\pi}{2}) = E_0 \cos(\omega t + \varphi - \frac{\pi}{2})$

Với  $E_0 = \omega NSB$  là suất điện động cực đại.



4. Đồng điện xoay chiều ba pha là hệ thống ba dòng điện xoay chiều, gây bởi ba suất điện động xoay chiều cùng tần số, cùng biên độ nhưng độ lệch pha từng đôi một là  $\frac{2\pi}{3}$  hay về thời gian là  $\frac{1}{3}$  chu kì

$$\begin{cases} e_1 = E_0 \cos(\omega t) \\ e_2 = E_0 \cos(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \\ e_3 = E_0 \cos(\omega t + \frac{2\pi}{3}) \end{cases} \text{ trong trường hợp tải đối xứng thì } \begin{cases} i_1 = I_0 \cos(\omega t) \\ i_2 = I_0 \cos(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \\ i_3 = I_0 \cos(\omega t + \frac{2\pi}{3}) \end{cases}$$

Máy phát mắc hình sao:  $U_d = \sqrt{3} U_p$

Máy phát mắc hình tam giác:  $U_d = U_p$

Tải tiêu thụ mắc hình sao:  $I_d = I_p$

Tải tiêu thụ mắc hình tam giác:  $I_d = \sqrt{3} I_p$

**Lưu ý:** Ở máy phát và tải tiêu thụ thường chọn cách mắc tương ứng với nhau.

5. Công suất của động cơ không đồng bộ ba pha:  $P = 3U_p I_p \cos \varphi = P_{co} + P_{nhiet}$

-Đối với động cơ không đồng bộ một pha thì

$$P = UI \cos \varphi \Leftrightarrow P = P_{co} + P_{nhiet} \Rightarrow P_{co} = P - P_{nhiet} = UI \cos \varphi - rI^2$$

6. Hiệu suất của động cơ:  $H = \frac{P_{co}}{P} \cdot 100\%$

9. Sự biến đổi điện áp và cường độ dòng điện trong máy biến áp

-Gọi  $U_1, I_1, N_1, P_1$  lần lượt là điện áp, cường độ, số vòng dây, công suất của cuộn sơ cấp.  $U_2, I_2, N_2, P_2$  lần lượt là điện áp, cường độ, số vòng dây, công suất của cuộn thứ cấp.

-Ta có  $P_1 = U_1 I_1; P_2 = U_2 I_2$  vậy hiệu suất của máy biến áp:  $H = \frac{P_2}{P_1} \cdot 100\%$

-Trường hợp lí tưởng  $H = 100\% : \frac{U_1}{U_2} = \frac{E_1}{E_2} = \frac{I_2}{I_1} = \frac{N_1}{N_2}$

10. Truyền tải điện năng đi xa

-Gọi  $P$  là công suất cần truyền tải từ nơi sản xuất đến nơi tiêu thụ;  $U$  là điện áp ra ở máy biến áp;  $I$  là cường độ dòng điện trên đường dây.

-Ta có  $P = UI \cos \varphi \Rightarrow I = \frac{P}{U \cos \varphi}$

-Công suất hao phí trên đường dây:  $\Delta P = RI^2 = \frac{P^2}{U^2 \cos^2 \varphi} R$

-Thường xét  $\cos \varphi = 1$  khi đó  $\Delta P = \frac{P^2}{U^2} R$

-Độ giảm thế trên đường dây tải điện:  $\Delta U = I.R$

$R = \rho \frac{l}{S}$  là điện trở tổng cộng của dây tải điện (**lưu ý:** dẫn điện bằng 2 dây)

-Hiệu suất tải điện:  $H = \frac{P - \Delta P}{P} \cdot 100\%$

## CHƯƠNG IV. DAO ĐỘNG VÀ SÓNG ĐIỆN TỪ.

### I. Mạch dao động LC.

#### Dạng 1. Các bài toán về chu kì và tần số.

##### Phương pháp.

-Áp dụng:  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{LC}; f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$



Lập tỉ số:  $\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \cdot \sqrt{\frac{C_2}{C_1}} = \frac{f_1}{f_2} = \frac{\omega_1}{\omega_2}$

Do  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{I_0}{Q_0}$  nên chu kỳ có thể tính theo  $T = 2\pi \frac{Q_0}{I_0} \Rightarrow f = \frac{I_0}{2\pi Q_0}$

Bộ tụ ghép: Mạch có L và  $C_1$  có tần số  $f_1$ ; mạch có L và  $C_2$  có tần số  $f_2$ .

+ Khi  $C_1$  ghép nối tiếp  $C_2$  thì  $f_{nt}^2 = f_1^2 + f_2^2$ ;  $\frac{1}{T_{nt}^2} = \frac{1}{T_1^2} + \frac{1}{T_2^2}$ ;  $\lambda_{nt} = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}}$

+ Khi  $C_1$  ghép song song  $C_2$  thì  $\frac{1}{f_{ss}^2} = \frac{1}{f_1^2} + \frac{1}{f_2^2}$ ;  $T_{ss}^2 = T_1^2 + T_2^2$ ;  $\lambda_{ss} = \sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}$

Ghép cuộn dây: Mạch có  $L_1$  và C có tần số  $f_1$ ; mạch có  $L_2$  và C có tần số  $f_2$ .

+ Khi  $L_1$  ghép nối tiếp  $L_2$  thì  $\frac{1}{f_{nt}^2} = \frac{1}{f_1^2} + \frac{1}{f_2^2}$ ;  $T_{nt}^2 = T_1^2 + T_2^2$ ;  $\lambda_{nt} = \sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}$

+ Khi  $L_1$  ghép song song  $L_2$  thì  $f_{ss}^2 = f_1^2 + f_2^2$ ;  $\frac{1}{T_{ss}^2} = \frac{1}{T_1^2} + \frac{1}{T_2^2}$ ;  $\lambda_{ss} = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}}$

-Khoảng thời gian giữa hai lần liên tiếp điện tích (điện áp) trên một bản tụ có độ lớn cực đại là  $\frac{T}{2}$

## Dạng 2. Viết biểu thức điện tích, điện áp và cường độ dòng điện trong mạch LC

Phương pháp.

a. Giả sử bài cho phương trình:  $q = Q_0 \cos(\omega t + \varphi)(C) \Rightarrow \begin{cases} i = I_0 \cos\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right)(A); I_0 = \omega Q_0 \\ u = U_0 \cos(\omega t + \varphi)(V); U_0 = \frac{Q_0}{C} \end{cases}$

b. Giả sử đề bài cho phương trình:  $i = I_0 \cos(\omega t + \varphi)(A) \Rightarrow \begin{cases} u = U_0 \cos\left(\omega t + \varphi - \frac{\pi}{2}\right)(V); U_0 = I_0 \sqrt{\frac{L}{C}} \\ q = Q_0 \cos\left(\omega t + \varphi - \frac{\pi}{2}\right)(C); Q_0 = \frac{I_0}{\omega} \end{cases}$

c. Giả sử đề bài cho phương trình:  $u = U_0 \cos(\omega t + \varphi)(V) \Rightarrow \begin{cases} i = I_0 \cos\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right)(A); I_0 = U_0 \sqrt{\frac{C}{L}} \\ q = Q_0 \cos(\omega t + \varphi)(C); Q_0 = U_0 \cdot C \end{cases}$

## Dạng 3. Năng lượng của mạch dao động LC.

Phương pháp.

-Năng lượng điện trường:  $W_C = \frac{q^2}{2C} = \frac{1}{2} C u^2 = \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C} \cos^2(\omega t)$

-Năng lượng từ trường:  $W_L = \frac{1}{2} L i^2 = \frac{1}{2} L I_0^2 \sin^2(\omega t)$

-Năng lượng điện trường và năng lượng từ trường biến thiên với chu kỳ  $\frac{T}{2}$  và với tần số  $2f$ .

-Khoảng thời gian giữa hai liên tiếp năng lượng từ trường và năng lượng điện trường bằng nhau là  $\frac{T}{4}$ .

-Khi năng lượng điện trường gấp n lần năng lượng từ trường ( $W_C = nW_L$ ) thì dòng điện tức thời, điện áp

và điện tích được tính theo biểu thức:  $i = \pm \frac{I_0}{\sqrt{n+1}}; u = \pm U_0 \cdot \sqrt{\frac{n}{n+1}}; q = \pm Q_0 \cdot \sqrt{\frac{n}{n+1}}$

-Năng lượng điện từ:  $W = W_L + W_C = W_{LMax} = W_{CMax} \Rightarrow \frac{Q_0}{2C} = \frac{L I_0^2}{2} = \frac{C U_0^2}{2} \Rightarrow C = \frac{L I_0^2}{U_0^2}; L = \frac{C U_0^2}{I_0^2}$



-Tính năng lượng điện, năng lượng từ: 
$$\begin{cases} W_L = \frac{1}{2} Li^2 = \frac{C}{2} (U_0^2 - u^2) \\ W_C = \frac{1}{2} Cu^2 = \frac{L}{2} (I_0^2 - i^2) \end{cases}$$

-Tìm giá trị cực đại  $I_0, U_0$ : 
$$\begin{cases} I_0 = U_0 \sqrt{\frac{C}{L}} = \sqrt{i^2 + \frac{C}{L} u^2} \\ U_0 = I_0 \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{u^2 + \frac{L}{C} i^2} \end{cases}$$

-Tính nhanh giá trị tức thời  $u, i, q$

Từ  $\left(\frac{i}{I_0}\right)^2 + \left(\frac{q}{Q_0}\right)^2 = 1 \Rightarrow q = \sqrt{LC(I_0^2 - i^2)}$

Từ  $\left(\frac{i}{I_0}\right)^2 + \left(\frac{u}{U_0}\right)^2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} u = \sqrt{\frac{L}{C}(I_0^2 - i^2)} = \sqrt{U_0^2 - \frac{L}{C} i^2} \\ i = \sqrt{\frac{C}{L}(U_0^2 - u^2)} = \sqrt{I_0^2 - \frac{C}{L} u^2} \end{cases}$

-Mạch dao động có  $L, C$  và có điện trở  $r$ . Công suất cần cung cấp để duy trì dao động của mạch:

Từ  $\frac{Q_0^2}{2C} = \frac{LI_0^2}{2} = \frac{CU_0^2}{2} \Rightarrow I_0 = U_0 \sqrt{\frac{C}{L}} = \frac{Q_0}{\sqrt{LC}} \Rightarrow I = \frac{U_0}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{C}{L}} = \frac{Q_0}{\sqrt{2LC}}$

Công suất hao phí;  $P_{hp} = rI^2 = r \cdot \frac{U_0^2}{2} \cdot \frac{C}{L} = r \cdot \frac{Q_0^2}{2LC}$  vậy công suất cung cấp:  $P_{cc} = P_{hp}$

## II.Sóng điện từ.

### Phương pháp.

-Cho  $L, C$ . Nếu dùng mạch làm mạch chọn sóng trong máy thu vô tuyến điện thì thu được sóng điện từ có bước sóng:  $\lambda = cT = \frac{c}{f} = 2\pi c \sqrt{LC}$  ( $c = 3.10^8 m/s$ ).

-Cho  $L$ , cho  $C$  biến thiên từ  $C_1$  đến  $C_2$ . Hỏi nếu dùng làm mạch chọn sóng trong máy thu vô tuyến điện thì máy thu bắt được sóng trong khoảng:  $2\pi c \sqrt{LC_1} \leq \lambda \leq 2\pi c \sqrt{LC_2}$ .

-Bộ tụ ghép: Mạch có  $L$  và  $C_1$  có tần số  $f_1$ ; mạch có  $L$  và  $C_2$  có tần số  $f_2$ .

+ Khi  $C_1$  ghép nối tiếp  $C_2$  thì  $f_{nt}^2 = f_1^2 + f_2^2$ ;  $\frac{1}{T_{nt}^2} = \frac{1}{T_1^2} + \frac{1}{T_2^2}$ ;  $\lambda_{nt} = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}}$

+ Khi  $C_1$  ghép song song  $C_2$  thì  $\frac{1}{f_{ss}^2} = \frac{1}{f_1^2} + \frac{1}{f_2^2}$ ;  $T_{ss}^2 = T_1^2 + T_2^2$ ;  $\lambda_{ss} = \sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}$

Ghép cuộn dây: Mạch có  $L_1$  và  $C$  có tần số  $f_1$ ; mạch có  $L_2$  và  $C$  có tần số  $f_2$ .

+ Khi  $L_1$  ghép nối tiếp  $L_2$  thì  $\frac{1}{f_{nt}^2} = \frac{1}{f_1^2} + \frac{1}{f_2^2}$ ;  $T_{nt}^2 = T_1^2 + T_2^2$ ;  $\lambda_{nt} = \sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}$

+ Khi  $L_1$  ghép song song  $L_2$  thì  $f_{ss}^2 = f_1^2 + f_2^2$ ;  $\frac{1}{T_{ss}^2} = \frac{1}{T_1^2} + \frac{1}{T_2^2}$ ;  $\lambda_{ss} = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}}$

-Mạch chọn sóng của một máy thu vô tuyến điện có  $L$  và  $C$ . Để bắt được sóng  $\lambda_1 \leq \lambda \leq \lambda_2$  thì phải mắc thêm một tụ xoay như thế nào, có điện dung trong khoảng nào?

Ta có  $\lambda = 2\pi c \sqrt{LC} \Rightarrow C = \frac{\lambda^2}{c^2 4\pi^2 L} \Rightarrow \begin{cases} C_{b\min} = \frac{\lambda_1^2}{c^2 4\pi^2 L} \\ C_{b\max} = \frac{\lambda_2^2}{c^2 4\pi^2 L} \end{cases}$



\*Nếu  $C_{bmin}$  và  $C_{bMax} < C$  thì tụ xoay phải mắc nối tiếp với  $C$  và

$$\begin{cases} \frac{C \cdot C_{tx\min}}{C + C_{tx\min}} = C_{b\min} \Rightarrow C_{tx\min} \\ \frac{C \cdot C_{txMax}}{C + C_{txMax}} = C_{bMax} \Rightarrow C_{txMax} \end{cases}$$

\*Nếu  $C_{bmin}$  và  $C_{bMax} > C$  thì tụ xoay phải mắc song song với  $C$  và

$$\begin{cases} C + C_{tx\min} = C_{b\min} \Rightarrow C_{tx\min} \\ C + C_{txMax} = C_{bMax} \Rightarrow C_{txMax} \end{cases}$$

-Mạch chọn sóng của một máy thu vô tuyến điện có  $L$  và  $C$ . Để bắt được sóng  $\lambda_1 \leq \lambda \leq \lambda_2$  thì phải mắc thêm một cuộn dây như thế nào, có độ tự cảm trong khoảng nào?

$$\text{Ta có } \lambda = 2\pi c \sqrt{LC} \Rightarrow L = \frac{\lambda^2}{c^2 4\pi^2 C} \Rightarrow \begin{cases} L_{b\min} = \frac{\lambda_1^2}{c^2 4\pi^2 C} \\ L_{bMax} = \frac{\lambda_2^2}{c^2 4\pi^2 C} \end{cases}$$

\*Nếu  $L_{bmin}$  và  $L_{bMax} < L$  thì cuộn dây phải mắc song song với  $L$  và

$$\begin{cases} \frac{L \cdot L_{d\min}}{L + L_{d\min}} = L_{b\min} \Rightarrow L_{d\min} \\ \frac{L \cdot L_{dMax}}{L + L_{dMax}} = L_{bMax} \Rightarrow L_{dMax} \end{cases}$$

\*Nếu  $C_{bmin}$  và  $C_{bMax} > C$  thì cuộn dây phải mắc nối tiếp với  $C$  và

$$\begin{cases} L + L_{d\min} = L_{b\min} \Rightarrow L_{d\min} \\ L + L_{dMax} = L_{bMax} \Rightarrow L_{dMax} \end{cases}$$

## CHƯƠNG V. SÓNG ÁNH SÁNG

### I. Tán sắc ánh sáng.

#### Dạng 1. Tính toán về hiện tượng tán sắc ánh sáng.

##### Phương pháp.

-Tần số là đại lượng đặc trưng cho sóng. Màu sắc ánh sáng phụ thuộc tần số  $f$ . Khi truyền trong các môi trường khác nhau: tần số ánh sáng không đổi nên màu không đổi. Vì chiết suất khác nhau nên vận tốc khác nhau dẫn đến bước sóng, khoảng vân thay đổi.

-Liên hệ giữa chiết suất tuyệt đối và vận tốc truyền sáng.

+Chiết suất tuyệt đối:  $n = \frac{c}{v}$  với  $c = 3.10^8 m/s$  là tốc độ truyền sáng trong chân không.

+Chiết suất tỉ đối giữa hai môi trường:  $n_{21} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2}$

-Do tia đỏ lệch ít hơn so với tia tím nên:  $n_{\text{đỏ}} < n_{\text{da cam}} < \dots < n_{\text{tím}}$  mà  $n = \frac{c}{v} \Rightarrow v_{\text{đỏ}} > v_{\text{da cam}} > \dots >$

$v_{\text{tím}}$

-Sự phụ thuộc bước sóng ánh sáng trong môi trường:

+Bước sóng ánh sáng trong chân không:  $\lambda_0 = \frac{c}{f}$

+Bước sóng ánh sáng trong môi trường có chiết suất tuyệt đối  $n$ :  $\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \lambda = \frac{\lambda_0}{n}$

Màu ánh sáng	Bước sóng $\lambda$ ( $\mu m$ )	Màu ánh sáng	Bước sóng $\lambda$ ( $\mu m$ )
Đỏ	0,640 ÷ 0,760	Lam	0,450 ÷ 0,510
Cam	0,590 ÷ 0,650	Chàm	0,430 ÷ 0,460
Vàng	0,570 ÷ 0,600	Tím	0,380 ÷ 0,440
Lục	0,500 ÷ 0,575	<b>Cần nhớ để làm bài toán về màu sắc</b>	



Định luật khúc xạ ánh sáng:  $\frac{\sin i}{\sin r} = n_{21} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{n_{kx}}{n_i}$  với  $\frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2}$

Điều kiện để có hiện tượng phản xạ toàn phần:

+ Ánh sáng đi từ môi trường chiết quang hơn sang môi trường chiết quang kém.

+ Góc tới phải lớn hơn hoặc bằng góc giới hạn phản xạ toàn phần  $i \geq i_{gh}$  với  $\sin i_{gh} = \frac{n_2}{n_1}$

- Lăng kính: 
$$\begin{cases} \sin i_1 = n \sin r_1 \\ \sin i_2 = n \sin r_2 \\ A = r_1 + r_2 \\ D = i_1 + i_2 - A \end{cases}$$

**Chú ý:**

+ Khi góc tới  $i$  và góc chiết quang  $A$  đều nhỏ thì: 
$$\begin{cases} i_1 \approx nr_1; i_2 \approx nr_2 \\ D = (n-1)A \end{cases}$$

+ Lăng kính trong điều kiện góc lệch cực tiểu  $D = D_{\min}$  thì tia ló và tia tới đối xứng nhau qua mặt phẳng phân giác của góc chiết quang  $A$ , tức là  $i_1 = i_2; r_1 = r_2 = \frac{A}{2} \Rightarrow D_{\min} = 2i_1 - A; \sin \frac{D_{\min} + A}{2} = n \sin \frac{A}{2}$

- Thấu kính: Tiêu cự của thấu kính:  $\frac{1}{f} = \left( \frac{n_{TK}}{n_{MT}} - 1 \right) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$ . Trong đó:

+  $R_1, R_2$  là bán kính các mặt cong của thấu kính ( $R > 0$  cho mặt cong lồi;  $R < 0$  cho mặt cong lõm;  $R = \infty$  nếu là mặt phẳng).

+  $n_{TK}$  và  $n_{MT}$  là chiết suất của chất làm thấu kính và chiết suất của môi trường nơi đặt thấu kính.

- Công thức thấu kính  $\frac{1}{f} = \frac{1}{d} + \frac{1}{d'} \Rightarrow d = \frac{d' \cdot f}{d' - f}; d' = \frac{d \cdot f}{d - f}$

- Chùm sáng tới song song với trục chính của thấu kính hội cho chùm sáng ló đi qua tiêu điểm chính của thấu kính.

## II. Giao thoa ánh sáng.

### Dạng 2. Tính toán về giao thoa với ánh sáng đơn sắc.

#### Phương pháp.

##### 1. Bài toán về khoảng vân, vị trí vạch sáng, vạch tối.

- Khoảng vân  $i = \frac{\lambda D}{a} \Rightarrow \lambda = \frac{ai}{D}$

- Vị trí vân sáng:  $x_s^k = k \frac{\lambda D}{a} = ki$  với  $k = 0; \pm 1; \pm 2; \pm 3; \dots$

- Vị trí vân tối:  $x_t^k = \left( k + \frac{1}{2} \right) \frac{\lambda D}{a} = \left( k + \frac{1}{2} \right) i$  với  $k = (0, -1); (1, -2); (2, -3); (3, -4); \dots$

- Xác định xem tại vị trí  $M$  cách vân trung tâm một đoạn  $x_M$  có vân sáng hay tối: Xét tỉ số  $\frac{x_M}{i}$  nếu kết quả là một số nguyên thì tại đó là vân sáng, nếu kết quả là một số bán nguyên thì tại đó là vân tối.

- Khoảng cách giữa hai vân sáng hoặc hai vân tối liên tiếp là  $i$ .

- Khoảng cách từ vân sáng đến vân tối liên tiếp là  $\frac{i}{2}$ .

- Khoảng cách giữa  $N$  vân sáng hoặc tối liên tiếp là  $(N - 1)$  khoảng vân.

- Khoảng cách giữa các vân.

+ Cùng phía:  $\Delta x = x_{\text{lớn}} - x_{\text{bé}}$

+ Hai phía:  $\Delta x = x_{\text{lớn}} + x_{\text{bé}}$

##### 2. Bài toán về số vạch sáng tối.



-Xác định số vân giao thoa quan sát được trong trường giao thoa: gọi PQ là độ rộng của trường

\*Cách 1:

+Xét tỉ số  $\frac{PQ}{2i} = p + q$  với p là phần nguyên còn q là phần thập phân.

+Số vân sáng quan sát được  $N_s = 2p + 1$  vân.

+Số vân tối quan sát được  $N_t = \begin{cases} 2p & \text{khi } q < 0,5 \\ 2(p+1) & \text{khi } q \geq 0,5 \end{cases}$

\*Cách 2:

+Số vân sáng:  $x_s = k \frac{\lambda D}{a} \Rightarrow -\frac{PQ}{2} \leq x_s \leq \frac{PQ}{2} \Leftrightarrow -\frac{PQ}{2} \leq k \frac{\lambda D}{a} \leq \frac{PQ}{2} \Leftrightarrow -\frac{a.PQ}{2\lambda D} \leq k \leq \frac{a.PQ}{2\lambda D} (k \in Z)$

+Số vân tối:

$x_t = \left(k + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda D}{a} \Rightarrow -\frac{PQ}{2} \leq x_t \leq \frac{PQ}{2} \Rightarrow -\frac{PQ}{2} \leq \left(k + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda D}{a} \leq \frac{PQ}{2} \Leftrightarrow -\frac{a.PQ}{2\lambda D} - \frac{1}{2} \leq k \leq \frac{a.PQ}{2\lambda D} - \frac{1}{2} (k \in Z)$

\*Xác định số vạch sáng tối giữa hai điểm M và N bất kì trên trường giao thoa:

+Số vạch sáng:  $x_N \leq x_s \leq x_M \Leftrightarrow x_N \leq k \frac{\lambda D}{a} \leq x_M$

+Số vạch tối:  $x_N \leq x_t \leq x_M \Leftrightarrow x_N \leq \left(k + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda D}{a} \leq x_M$

+Nếu M, N nằm cùng phía với vân trung tâm thì  $x_N$  và  $x_M$  cùng dấu.

+Nếu M, N nằm khác phía với vân trung tâm thì  $x_N$  và  $x_M$  khác dấu.

**Chú ý:** Ngoài các phép tính cơ bản nêu trên, còn một số cách tính nhanh khác:

-Số vân sáng, vân tối trên đoạn MN, với hai điểm M, N trên trường giao thoa nằm hai bên so với vân sáng trung tâm:

+Số vân sáng:  $N_s = \left[ \frac{OM}{i} \right] + \left[ \frac{ON}{i} \right] + 1$

+Số vân tối:  $N_t = \left[ \frac{OM}{i} + 0,5 \right] + \left[ \frac{ON}{i} + 0,5 \right]$

-Số vân sáng, tối giữa hai điểm M, N (M và N không rơi vào vân sáng) trên trường giao thoa, nằm cùng một bên so với vân sáng trung tâm:

+Số vân sáng:  $N_s = \left[ \frac{OM}{i} \right] - \left[ \frac{ON}{i} \right]$

+Số vân tối:  $N_t = \left[ \frac{OM}{i} + 0,5 \right] - \left[ \frac{ON}{i} + 0,5 \right]$

-Tại M và N đều là vân sáng:  $N_s = \frac{MN}{i} + 1$  và  $N_t = N_s + 1$

-Tại M và N đều là vân tối:  $N_s = \frac{MN}{i}$  và  $N_t = N_s + 1$

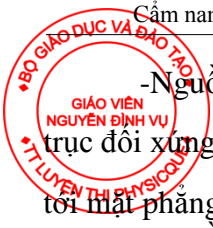
-Tại M là vân sáng, tại N là vân tối:  $N_s = N_t = \frac{MN}{i} + 0,5$

3. Bài toán về sự thay đổi khoảng vân do thay đổi khoảng cách hoặc môi trường.

-Thí nghiệm Young thực hiện trong môi trường có chiết suất n thì ta có:  $\lambda' = \frac{\lambda}{n} \Rightarrow i' = \frac{i}{n}$

-Nếu một trong hai khe Young bị chắn bởi một bản mặt song song có chiết suất n, bề dày e thì các vân (kể cả vân trung tâm) dịch chuyển một đoạn  $\Delta x = \frac{(n-1)eD}{a}$  trên màn về phía có bản mỏng

-Nếu chắn cả hai khe bằng một lăng kính có góc chiết quang nhỏ  $\alpha$ , chiết suất n thì các vân dịch về phía đáy của lăng kính một đoạn  $\Delta x = (n-1)D.\alpha$



-Nguồn sáng S phát ánh sáng đơn sắc chiếu vào hai khe Young tịnh tiến trên đường vuông góc với trục đối xứng một đoạn  $y$  thì vân trung tâm dời đi một đoạn  $x_0 = y \cdot \frac{D}{D'}$  với  $D'$  là khoảng cách từ nguồn S tới màn phẳng chứa hai khe Young.

4. Bài toán về hiệu quang trình. Điều kiện để có vạch sáng, tối trên màn.

-Hiệu đường đi:  $d_2 - d_1 = \frac{ax}{D}$

-Vân sáng là vị trí hai sóng kết hợp gặp nhau và tăng cường lẫn nhau.

Điều kiện:  $d_2 - d_1 = k\lambda \quad (k \in \mathbb{Z})$

-Vân tối là vị trí hai sóng kết hợp gặp nhau và triệt tiêu lẫn nhau.

Điều kiện:  $d_2 - d_1 = \left(k' + \frac{1}{2}\right)\lambda \quad (k' \in \mathbb{Z})$

### Dạng 3. Giao thoa với ánh sáng hỗn hợp, ánh sáng trắng.

#### Phương pháp.

1. Tìm vị trí vân sáng trùng nhau của hai bức xạ.

Khi hai vân sáng trùng nhau:  $x_{s_1} = x_{s_2} \Leftrightarrow k_1 \frac{\lambda_1 D}{a} = k_2 \frac{\lambda_2 D}{a} \Rightarrow k_1 \lambda_1 = k_2 \lambda_2 \Rightarrow \frac{k_1}{k_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{b}{c}$  (phân số tối giản)

Có thể viết:  $\begin{cases} k_1 = bn \\ k_2 = cn \end{cases}$  và vị trí trùng nhau  $x_{trùng} = bn \frac{\lambda_1 D}{a}$  hoặc  $x_{trùng} = cn \frac{\lambda_2 D}{a}$

Cho  $x_{trùng}$  nằm trong vùng khảo sát:  $-\frac{PQ}{2} \leq x_{trùng} \leq \frac{PQ}{2}$  hoặc  $x_M \leq x_{trùng} \leq x_N$  ta sẽ được số giá trị nguyên của  $n$ , từ đó biết được số vạch trùng nhau, vị trí trùng nhau.

2. Tìm vị trí vân tối trùng nhau của hai bức xạ.

Khi hai vân tối trùng nhau:  $x_{t_1} = x_{t_2} \Leftrightarrow (2k_1 + 1) \frac{\lambda_1 D}{2a} = (2k_2 + 1) \frac{\lambda_2 D}{2a} \Rightarrow (2k_1 + 1) \lambda_1 = (2k_2 + 1) \lambda_2$   
 $\Rightarrow \frac{(2k_1 + 1)}{(2k_2 + 1)} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{b}{c}$  (phân số tối giản)

Có thể viết:  $\begin{cases} 2k_1 + 1 = b(2n + 1) \\ 2k_2 + 1 = c(2n + 1) \end{cases}$  và vị trí trùng nhau  $x_{trùng} = b(2n + 1) \frac{\lambda_1 D}{2a} = c(2n + 1) \frac{\lambda_2 D}{2a}$

Cho  $x_{trùng}$  nằm trong vùng khảo sát:  $-\frac{PQ}{2} \leq x_{trùng} \leq \frac{PQ}{2}$  hoặc  $x_M \leq x_{trùng} \leq x_N$  ta sẽ được số giá trị nguyên của  $n$ , từ đó biết được số vạch trùng nhau, vị trí trùng nhau.

3. Tìm vị trí vân sáng của bức xạ này trùng với vân tối của bức xạ kia.

-Khi vân sáng của bức xạ này trùng với vân tối của bức xạ kia, ta có:  $x_{s_1} = x_{t_2}$

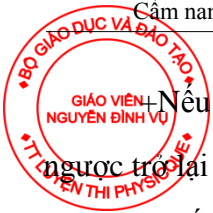
$\Rightarrow k_1 \frac{\lambda_1 D}{a} = (2k_2 + 1) \frac{\lambda_2 D}{2a} \Rightarrow \frac{k_1}{2k_2 + 1} = \frac{\lambda_2}{2\lambda_1} = \frac{b}{c}$  (phân số tối giản)

Có thể viết:  $\begin{cases} k_1 = b(2n + 1) \\ 2k_2 + 1 = c(2n + 1) \end{cases}$  và vị trí trùng nhau  $x_{trùng} = b(2n + 1) \frac{\lambda_1 D}{a} = c(2n + 1) \frac{\lambda_2 D}{2a}$

Cho  $x_{trùng}$  nằm trong vùng khảo sát:  $-\frac{PQ}{2} \leq x_{trùng} \leq \frac{PQ}{2}$  hoặc  $x_M \leq x_{trùng} \leq x_N$  ta sẽ được số giá trị nguyên của  $n$ , từ đó biết được số vạch trùng nhau, vị trí trùng nhau.

4. Bề rộng vùng quang phổ:  $\Delta x = x_D - x_T = \frac{kD}{a} (\lambda_D - \lambda_T)$

5. Biết tọa độ điểm M trên màn, hỏi ở đó có những bức xạ nào cho vạch sáng hoặc vạch tối khi giao thoa với ánh sáng trắng.



Nếu tại M có các vân sáng  $\Leftrightarrow x_s = k \frac{\lambda D}{a} \Rightarrow \lambda = \frac{a \cdot x_s}{kD} \Rightarrow \lambda_r \leq \frac{a \cdot x_s}{kD} \leq \lambda_D$  giải tìm k ( $k \in Z$ ), thay ngược trở lại tìm  $\lambda$ .

+ Nếu tại M có các vân tối  $\Leftrightarrow x_t = \left(k + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda D}{a} \Rightarrow \lambda = \frac{a \cdot x_t}{\left(k + \frac{1}{2}\right) D} \Rightarrow \lambda_r \leq \frac{a \cdot x_t}{\left(k + \frac{1}{2}\right) D} \leq \lambda_D$  giải tìm

k ( $k \in Z$ ), thay ngược trở lại tìm  $\lambda$ .

## CHƯƠNG VI. LƯỢNG TỬ ÁNH SÁNG

### I. Hiện tượng quang điện.

#### Dạng 1. Tính toán về hiện tượng quang điện ngoài.

##### Phương pháp.

##### 1. Năng lượng một lượng tử ánh sáng (hạt photon)

$$\varepsilon = hf = \frac{hc}{\lambda} = mc^2$$

Trong đó  $h = 6,625 \cdot 10^{-34}$  Js là hằng số Plăng.

$c = 3 \cdot 10^8$  m/s là vận tốc ánh sáng trong chân không.

$f, \lambda$  là tần số, bước sóng của ánh sáng (của bức xạ).

$m$  là khối lượng của photon:  $m = \frac{hf}{c^2} = \frac{h}{c \cdot \lambda}$

##### 2. Hiện tượng quang điện

a. Hiện tượng quang điện chỉ xảy ra khi:  $\lambda \leq \lambda_0$  (giới hạn quang điện) hay  $f \geq f_0$

b. Công thức Anhtan:  $\varepsilon = hf = \frac{hc}{\lambda} = A + \frac{mv_{0\max}^2}{2}$

Trong đó  $A = \frac{hc}{\lambda_0}$  là công thoát của kim loại dùng làm catốt  $\Rightarrow \lambda_0 = \frac{hc}{A}$

$\lambda_0$  là giới hạn quang điện của kim loại dùng làm catốt

$v_{0\max}$  là vận tốc ban đầu của electron quang điện khi thoát khỏi catốt

$f, \lambda$  là tần số, bước sóng của ánh sáng kích thích ( $f = \frac{c}{\lambda}$ )

$$\text{Từ: } \frac{hc}{\lambda} = A + \frac{1}{2}mv_{0\max}^2 = \frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{\lambda_0} + \frac{1}{2}mv_{0\max}^2 \Rightarrow \begin{cases} v_{0\max} = \sqrt{\frac{2hc}{m} \left( \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right)} = \sqrt{\frac{2eU_h}{m}} \\ A = \frac{hc}{\lambda} - \frac{1}{2}mv_{0\max}^2 = \frac{hc}{\lambda_0} = \frac{hc}{\lambda} - eU_h \\ U_h = \frac{mv_{0\max}^2}{2e} = \frac{hc}{e} \left( \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right) \\ h = \frac{m(v_{02\max}^2 - v_{01\max}^2)}{2(f_2 - f_1)} = \frac{e(U_{h2} - U_{h1})}{(f_2 - f_1)} \end{cases}$$

c. Để dòng quang điện triệt tiêu thì  $U_{AK} \leq U_h$  ( $U_h < 0$ ),  $U_h$  gọi là hiệu điện thế hãm:

$$|eU_h| = \frac{mv_{0\max}^2}{2}$$

**Lưu ý:** Trong một số bài toán người ta lấy  $U_h > 0$  thì đó là độ lớn.

d. Xét vật cô lập về điện, có điện thế cực đại  $V_{\max}$  và khoảng cách cực đại  $d_{\max}$  mà electron chuyển động trong điện trường cản có cường độ  $E$  được tính theo công thức:

$$|e|V_{\max} = \frac{1}{2}mv_{0\max}^2 = |e|Ed_{\max} = hc \left( \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right) \Rightarrow V_{\max} = \frac{mv_{0\max}^2}{2|e|} = \frac{hc}{|e|} \left( \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right)$$



e. Với  $U$  là hiệu điện thế giữa anốt và catốt,  $v_A$  là vận tốc cực đại của electron khi đập vào anốt,

$$v_k = v_{0\max} \text{ là vận tốc ban đầu cực đại của electron khi rời catốt thì: } |e|U = \frac{1}{2}mv_A^2 - \frac{1}{2}mv_k^2$$

f. Hiệu suất lượng tử (hiệu suất quang điện):  $H = \frac{n}{n_0}$  Với  $n$  và  $n_0$  là số electron quang điện bứt khỏi catốt và số photon đập vào catốt trong cùng một khoảng thời gian  $t$ .

g. Công suất của nguồn bức xạ:  $P = \frac{n_0 \varepsilon}{t} = \frac{n_0 hf}{t} = \frac{n_0 hc}{\lambda t}$

h. Cường độ dòng quang điện bão hoà:  $I_{bh} = \frac{q}{t} = \frac{n|e|}{t} \Rightarrow H = \frac{I_{bh} \varepsilon}{P|e|} = \frac{I_{bh} hf}{P|e|} = \frac{I_{bh} hc}{P\lambda|e|}$

i. Bán kính quỹ đạo của electron khi chuyển động với vận tốc  $v$  trong từ trường đều  $B$ :

$$R = \frac{mv}{|e|B \sin \alpha}, \quad \alpha = (\vec{v}, \vec{B}) \text{ Xét electron vừa rời khỏi catốt thì } v = v_{0\max}$$

Khi  $\vec{v} \perp \vec{B} \Rightarrow \sin \alpha = 1 \Rightarrow R = \frac{mv}{|e|B}$

k. Tần số của chuyển động quay của electron:  $f = \frac{|e|B}{2\pi m}$

**Lưu ý:** Hiện tượng quang điện xảy ra khi được chiếu đồng thời nhiều bức xạ thì khi tính các đại lượng: Vận tốc ban đầu cực đại  $v_{0\max}$ , hiệu điện thế hãm  $U_h$ , điện thế cực đại  $V_{\max}$ , ... đều được tính ứng với bức xạ có  $\lambda_{\min}$  (hoặc  $f_{\max}$ )

## II. Mẫu nguyên tử BO.

### Dạng 2. Mẫu BO và quang phổ của nguyên tử HIDRÔ.

#### Phương pháp.

-Tiên đề Bo:  $\varepsilon = hf = \frac{hc}{\lambda} = E_{cao} - E_{thap}$

-Bán kính quỹ đạo dừng thứ  $n$  của electron trong nguyên tử hiđrô:  $r_n = n^2 r_0$ , với:  $n = 1, 2, 3, 4, \dots$ ;  $r_0 = 5,3.10^{-11} m$  là bán kính Bo (ở quỹ đạo K)

-Khi tìm quỹ đạo ó thể dùng hệ thức:  $\left. \begin{matrix} r_1 = n_1^2 r_0 \\ r_2 = n_2^2 r_0 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \frac{r_1}{r_2} = \left( \frac{n_1}{n_2} \right)^2$

-Năng lượng electron trong nguyên tử hiđrô:  $E_n = -\frac{13,6}{n^2} (eV)$  Với  $n=1$  cho lớp K;  $n=2$  cho lớp L;  $n=3$  cho lớp M; ...

-Năng lượng ion hóa là năng lượng cần thiết để đưa electron từ quỹ đạo dừng ở trạng thái cơ bản ra xa vô cùng:  $\frac{hc}{\lambda_{\infty}} = E_{\infty} - E_1$

-Sơ đồ mức năng lượng

+Dãy Laiman: Nằm trong vùng tử ngoại. Ứng với e chuyển từ quỹ đạo bên ngoài về quỹ đạo K

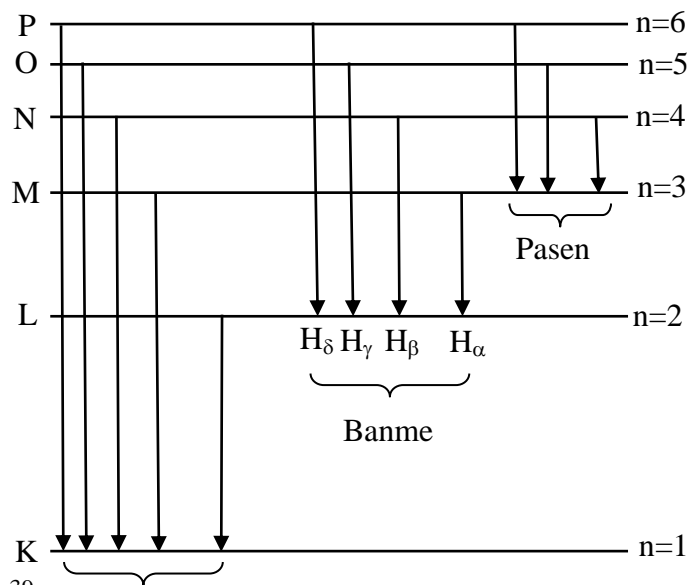
**Lưu ý:** Vạch dài nhất  $\lambda_{LK}$  khi e chuyển từ L  $\rightarrow$  K

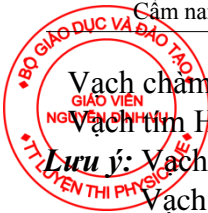
Vạch ngắn nhất  $\lambda_{\infty K}$  khi e chuyển từ  $\infty \rightarrow$  K.

+Dãy Banme: Một phần nằm trong vùng tử ngoại, một phần nằm trong vùng ánh sáng nhìn thấy. Ứng với e chuyển từ quỹ đạo bên ngoài về quỹ đạo L. Vùng ánh sáng nhìn thấy có 4 vạch:

Vạch đỏ  $H_{\alpha}$  ứng với e: M  $\rightarrow$  L

Vạch lam  $H_{\beta}$  ứng với e: N  $\rightarrow$  L





Vạch chàm  $H_\gamma$  ứng với  $e: O \rightarrow L$

Vạch tím  $H_\delta$  ứng với  $e: P \rightarrow L$

**Lưu ý:** Vạch dài nhất  $\lambda_{ML}$  (Vạch đỏ  $H_\alpha$ )

Vạch ngắn nhất  $\lambda_{\infty L}$  khi  $e$  chuyển từ  $\infty \rightarrow L$ .

+Dãy Pasen: Nằm trong vùng hồng ngoại

Ứng với  $e$  chuyển từ quỹ đạo bên ngoài về quỹ đạo M

**Lưu ý:** Vạch dài nhất  $\lambda_{NM}$  khi  $e$  chuyển từ N  $\rightarrow$  M.

Vạch ngắn nhất  $\lambda_{\infty M}$  khi  $e$  chuyển từ  $\infty \rightarrow$  M.

-Mối liên hệ giữa các bước sóng và tần số của các vạch quang phổ của nguyên tử hiđrô:

$$\frac{1}{\lambda_{13}} = \frac{1}{\lambda_{12}} + \frac{1}{\lambda_{23}} \text{ và } f_{13} = f_{12} + f_{23} \text{ (như cộng véctơ)}$$

-Khi electron chuyển lên trạng thái dừng thứ n, tìm số vạch quang phổ có thể phát ra:

Cách 1: Vẽ sơ đồ mức năng lượng, vẽ các vạch có thể phát xạ rồi đếm.

Cách 2: Tính tổng các số nguyên có từ 0 đến (n-1).

Cách 3: Tính  $N = \frac{n(n-1)}{2}$

### III. Tia X.

#### Dạng 3. Bài toán về tia X

##### Phương pháp.

-Cơ chế phát tia X: Các electron thoát khỏi catốt bị điện trường mạnh tác dụng, tăng tốc chuyển động nhanh về anốt, đập vào đối âm cực (anốt), một phần tương tác với các nguyên tử của cực này làm phát ra tia X hay còn gọi là tia Ronghen.

-Theo định lí về độ biến thiên động năng, độ biến thiên động năng của electron bằng công của lực điện trường nên ta có:  $W_{dA} - W_{dK} = eU_{AK}$

-Mặt khác theo định luật bảo toàn và chuyển hóa năng lượng, động năng của electron khi đến đối catot (anot) sẽ chuyển thành năng lượng của tia X và làm nóng đối catot, nên:

$$W_{dA} = \epsilon_X + Q = hf_X + Q = \frac{hc}{\lambda_X} + Q.$$

-Nếu toàn bộ động năng  $W_{dA}$  này chuyển hóa thành năng lượng của tia X (không có phần nhiệt lượng làm nóng đối catot,  $Q = 0$ ) thì lúc đó năng lượng của tia X là lớn nhất:  $\epsilon_{X \max} = W_{dA}$

-Hay:  $\epsilon_{X \max} = |eU_{AK}| \Rightarrow \frac{hc}{\lambda_{\min}} = |eU_{AK}|$  vậy:  $\lambda_{\min} = \frac{hc}{|eU_{AK}|}$ ;  $f_{\max} = \frac{|eU_{AK}|}{h}$

### CHƯƠNG VII. HẠT NHÂN NGUYÊN TỬ

#### I. Cấu tạo hạt nhân.

##### Dạng 1. Bài tập về hệ thức Anhtanh.

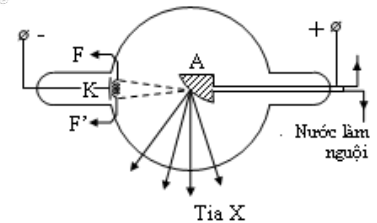
##### Phương pháp.

-Áp dụng các công thức:

+Khối lượng tương đối:  $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$

+Năng lượng toàn phần:  $E = mc^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$

+Năng lượng nghỉ:  $E_0 = m_0 c^2$





+ Động năng tương đối của vật:  $K = E - E_0 = (m - m_0)c^2 = m_0c^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right)$

+ Định lý về biến thiên động năng:  $K_2 - K_1 = \sum A$

+ Công của lực điện trường đều tác dụng lên một điện tích:  $A = qEd$

## Dạng 2. Xác định cấu tạo của hạt nhân

### Phương pháp.

- Áp dụng công thức: Hạt nhân  ${}^A_ZX$  có:

- + A nuclon
- + Z proton
- + (A - Z) notron

## Dạng 3. Tính bán kính, thể tích, khối lượng riêng của hạt nhân. Tính số hạt, tỉ lệ phần trăm đồng vị.

### Phương pháp.

- Bán kính hạt nhân:  $R = 1,2 \cdot 10^{-15} A^{\frac{1}{3}} (m)$

- Thể tích hạt nhân:  $V = \frac{4\pi}{3} R^3$

- Khối lượng riêng hạt nhân:  $\rho = \frac{m_{\text{hạt nhân}}}{V}$

- Số hạt trong m gam chất đơn nguyên tử:  $N = \frac{m}{A} N_A$  với  $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

## Dạng 4. Tính độ hụt khối, năng lượng liên kết và năng lượng liên kết riêng.

### Phương pháp.

- Độ hụt khối của hạt nhân  ${}^A_ZX$ :  $\Delta m = Z \cdot m_p + (A - Z)m_n - m_x$

- Đơn vị khối lượng nguyên tử:  $1u = 1,66055 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 931,5 \frac{\text{MeV}}{c^2}$

- Năng lượng liên kết của hạt nhân  ${}^A_ZX$ :  $\begin{cases} W_{lk} = \Delta m \cdot c^2 = [Z \cdot m_p + (A - Z)m_n - m_x] \cdot c^2 \\ W_{lk} = [Z \cdot m_p + (A - Z)m_n - m_x] \cdot 931,5 (\text{MeV}) \end{cases}$

- Năng lượng liên kết riêng:  $\varepsilon = \frac{W_{lk}}{A}$

- Hạt nhân có năng lượng liên kết riêng càng lớn thì càng bền vững. Những hạt nhân bền có số khối A trong khoảng từ 50 đến 95, hạt nhân bền nhất có  $\varepsilon = 8,8 \frac{\text{MeV}}{\text{nuclon}}$ .

## II. Phóng xạ.

### Dạng 1. Tính lượng chất còn lại, đã phân rã, chất mới tạo thành. Tỉ lệ phần trăm giữa chúng.

#### Phương pháp.

\* Số nguyên tử chất phóng xạ còn lại sau thời gian t:  $N = \frac{N_0}{2^{(\frac{t}{T})}} = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$

\* Số hạt nguyên tử bị phân rã bằng số hạt nhân con được tạo thành và bằng số hạt ( $\alpha$  hoặc  $e^-$  hoặc  $e^+$ ) được tạo thành:  $\Delta N = N_0 - N = N_0 \left( 1 - \frac{1}{2^{(\frac{t}{T})}} \right) = N_0 (1 - e^{-\lambda t})$

\* Phần trăm số hạt còn lại:  $\frac{N}{N_0} = \frac{1}{2^{(\frac{t}{T})}} = e^{-\lambda t}$



\*Phần trăm số hạt bị phân rã:  $\frac{\Delta N}{N_0} = \left(1 - \frac{1}{2^{\left(\frac{t}{T}\right)}}\right) = (1 - e^{-\lambda t})$

\*Bảng tính nhanh (Số hạt phóng xạ ban đầu là  $N_0$ )

Thời gian	Số hạt còn lại		Số hạt phân rã	
	N	%	$\Delta N$	%
0	$N_0$	100%	0	0
1T	$\frac{1}{2}N_0 = \frac{N_0}{2}$	50%	$N_0 - \frac{N_0}{2} = \frac{N_0}{2}$	50%
2T	$\frac{1}{2}\left(\frac{N_0}{2}\right) = \frac{N_0}{4}$	25%	$N_0 - \frac{N_0}{4} = \frac{3N_0}{4}$	75%
3T	$\frac{1}{2}\left(\frac{N_0}{4}\right) = \frac{N_0}{8}$	12,5%	$N_0 - \frac{N_0}{8} = \frac{7N_0}{8}$	87,5%
...	...	...	...	...

\*Khối lượng chất phóng xạ còn lại sau thời gian t:  $m = \frac{m_0}{2^{\left(\frac{t}{T}\right)}} = m_0 \cdot e^{-\lambda t}$

Trong đó:  $N_0, m_0$  là số nguyên tử, khối lượng chất phóng xạ ban đầu  
 T là chu kỳ bán rã

$\lambda = \frac{\ln 2}{T} = \frac{0,693}{T}$  là hằng số phóng xạ

$\lambda$  và T không phụ thuộc vào các tác động bên ngoài mà chỉ phụ thuộc bản chất bên trong của chất phóng xạ.

\* Khối lượng chất bị phóng xạ sau thời gian t:  $\Delta m = m_0 - m = m_0 \left(1 - \frac{1}{2^{\left(\frac{t}{T}\right)}}\right) = m_0(1 - e^{-\lambda t})$

\* Phần trăm chất phóng xạ bị phân rã:  $\frac{\Delta m}{m_0} = \left(1 - \frac{1}{2^{\left(\frac{t}{T}\right)}}\right) = 1 - e^{-\lambda t}$

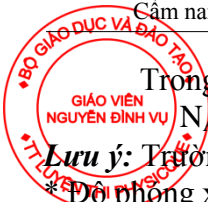
\*Phần trăm chất phóng xạ còn lại:  $\frac{m}{m_0} = \frac{1}{2^{\left(\frac{t}{T}\right)}} = e^{-\lambda t}$

\*Bảng tính nhanh (Khối lượng phóng xạ ban đầu là  $m_0$ )

Thời gian	Còn lại		Phân rã	
	m	%	$\Delta m$	%
0	$m_0$	100%	0	0
1T	$\frac{1}{2}m_0 = \frac{m_0}{2}$	50%	$m_0 - \frac{m_0}{2} = \frac{m_0}{2}$	50%
2T	$\frac{1}{2}\left(\frac{m_0}{2}\right) = \frac{m_0}{4}$	25%	$m_0 - \frac{m_0}{4} = \frac{3m_0}{4}$	75%
3T	$\frac{1}{2}\left(\frac{m_0}{4}\right) = \frac{m_0}{8}$	12,5%	$m_0 - \frac{m_0}{8} = \frac{7m_0}{8}$	87,5%
...	...	...	...	...

\* Khối lượng chất mới được tạo thành sau thời gian t

$m_1 = \frac{\Delta N}{N_A} A_1 = \frac{A_1 N_0}{N_A} \left(1 - \frac{1}{2^{\left(\frac{t}{T}\right)}}\right) = \frac{A_1 N_0}{N_A} (1 - e^{-\lambda t}) = \frac{A_1}{A} m_0 \left(1 - \frac{1}{2^{\left(\frac{t}{T}\right)}}\right) = \frac{A_1}{A} m_0 (1 - e^{-\lambda t})$



Trong đó:  $A, A_1$  là số khối của chất phóng xạ ban đầu và của chất mới được tạo thành  
 $N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$  là số Avôgadrô.

**Lưu ý:** Trường hợp phóng xạ  $\beta^+, \beta^-$  thì  $A = A_1 \Rightarrow m_1 = \Delta m$

\* **Độ phóng xạ H**

Là đại lượng đặc trưng cho tính phóng xạ mạnh hay yếu của một lượng chất phóng xạ, đo bằng số phân rã trong 1 giây.

$$H = \frac{H_0}{2^{(\frac{t}{T})}} = H_0 \cdot e^{-\lambda t} = \lambda N$$

$H_0 = \lambda N_0$  là độ phóng xạ ban đầu.

Đơn vị: Becoren (Bq); 1Bq = 1 phân rã/giây

Curi (Ci); 1 Ci =  $3,7 \cdot 10^{10}$  Bq

**Lưu ý:** Khi tính độ phóng xạ H,  $H_0$  (Bq) thì chu kỳ phóng xạ T phải đổi ra đơn vị giây(s).

## Dạng 2. Tính tuổi của mẫu phóng xạ.

**Phương pháp.**

- Tính tuổi theo số hạt còn lại:  $2^{\frac{t}{T}} = \frac{N_0}{N} \Rightarrow t = T \cdot \log_2^{\frac{N_0}{N}}$  (nếu tỉ số  $\frac{N_0}{N} = 2^a$  thì  $t = T \cdot a$ )

$$t = \frac{1}{\lambda} \ln\left(\frac{N_0}{N}\right) = \frac{T}{\ln 2} \cdot \ln\left(\frac{N_0}{N}\right)$$

- Tính tuổi theo khối lượng còn lại:  $2^{\frac{t}{T}} = \frac{m_0}{m} \Rightarrow t = T \cdot \log_2^{\frac{m_0}{m}}$  (nếu tỉ số  $\frac{m_0}{m} = 2^a$  thì  $t = T \cdot a$ )

$$t = \frac{1}{\lambda} \ln\left(\frac{m_0}{m}\right) = \frac{T}{\ln 2} \cdot \ln\left(\frac{m_0}{m}\right)$$

- Tính tuổi theo độ phóng xạ ở thời điểm t:  $2^{\frac{t}{T}} = \frac{H_0}{H} \Rightarrow t = T \cdot \log_2^{\frac{H_0}{H}}$  (nếu tỉ số  $\frac{H_0}{H} = 2^a$  thì  $t = T \cdot a$ )

$$t = \frac{1}{\lambda} \ln\left(\frac{H_0}{H}\right) = \frac{T}{\ln 2} \cdot \ln\left(\frac{H_0}{H}\right)$$

- Cân bằng phóng xạ của hai chất phóng xạ:  $H_1 = H_2 \Leftrightarrow \lambda_1 N_1 = \lambda_2 N_2$

## III. Phản ứng hạt nhân.

### Dạng 1. Viết phương trình phản ứng hạt nhân.

**Phương pháp.**

Xét phản ứng hạt nhân:  ${}_{Z_1}^{A_1} X_1 + {}_{Z_2}^{A_2} X_2 \rightarrow {}_{Z_3}^{A_3} X_3 + {}_{Z_4}^{A_4} X_4$  để viết phương trình phản ứng ta áp dụng hai định luật sau:

- Định luật bảo toàn số nuclôn (số khối A):  $A_1 + A_2 = A_3 + A_4$

- Định luật bảo toàn điện tích (nguyên tử số Z):  $Z_1 + Z_2 = Z_3 + Z_4$

### Dạng 2. Tính năng lượng của phản ứng hạt nhân. Tính lượng nhiệt tương đương.

**Phương pháp.**

1. Tính năng lượng của phản ứng hạt nhân:  ${}_{Z_1}^{A_1} X_1 + {}_{Z_2}^{A_2} X_2 \rightarrow {}_{Z_3}^{A_3} X_3 + {}_{Z_4}^{A_4} X_4$

a. Tính theo độ chênh lệch khối lượng của các hạt nhân trước và sau phản ứng:

$$\Delta E = (M_0 - M) c^2 \text{ (J)} = (M_0 - M) \cdot 931,5 \text{ (MeV)}$$

Trong đó:  $M_0 = m_{X_1} + m_{X_2}$  là tổng khối lượng các hạt nhân trước phản ứng.

$M = m_{X_3} + m_{X_4}$  là tổng khối lượng các hạt nhân sau phản ứng.

**Lưu ý:**

- Nếu  $M_0 > M$  thì phản ứng tỏa năng lượng  $\Delta E$  dưới dạng động năng của các hạt  $X_3, X_4$  hoặc photon  $\gamma$ . Các hạt sinh ra có độ hụt khối lớn hơn nên bền vững hơn.

- Nếu  $M_0 < M$  thì phản ứng thu năng lượng  $|\Delta E|$  dưới dạng động năng của các hạt  $X_1, X_2$  hoặc photon  $\gamma$ . Các hạt sinh ra có độ hụt khối nhỏ hơn nên kém bền vững.

- Phóng xạ  $\gamma$  (hạt photon): Hạt nhân con sinh ra ở trạng thái kích thích có mức năng lượng  $E_{\text{cao}}$  chuyển xuống mức năng lượng  $E_{\text{thấp}}$  đồng thời phóng ra một photon có năng lượng:



$$\varepsilon = hf = \frac{hc}{\lambda} = E_{cao} - E_{thap}$$

b. Tính theo độ hụt khối của các hạt nhân trước và sau phản ứng.

$$\Delta E = [(\Delta m_3 + \Delta m_4) - (\Delta m_1 + \Delta m_2)] \cdot c^2 (J) = [(\Delta m_3 + \Delta m_4) - (\Delta m_1 + \Delta m_2)] \cdot 931,5 (MeV)$$

Với  $\Delta m_1, \Delta m_2, \Delta m_3, \Delta m_4$  là độ hụt khối tương ứng của các hạt nhân.

c. Tính theo năng lượng liên kết của các hạt nhân trước và sau phản ứng.

$\Delta E = (W_{lk3} + W_{lk4}) - (W_{lk1} + W_{lk2})$  với  $W_{lk1}, W_{lk2}, W_{lk3}, W_{lk4}$  là năng lượng liên kết tương ứng của các hạt nhân trong phản ứng.

d. Tính theo năng lượng liên kết riêng của các hạt nhân trước và sau phản ứng.

$\Delta E = (A_3 \varepsilon_3 + A_4 \varepsilon_4) - (A_1 \varepsilon_1 + A_2 \varepsilon_2)$  với  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \varepsilon_4$  là năng lượng liên kết riêng tương ứng của các hạt nhân trong phản ứng

e. Tính theo động năng của các hạt nhân trước và sau phản ứng.

Từ định luật bảo toàn năng lượng toàn phần:

$$K_1 + K_2 + \Delta E = K_3 + K_4 \Rightarrow \Delta E = (K_3 + K_4) - (K_1 + K_2)$$

2. Xác định động năng, vận tốc, góc bay của các hạt.

+ Bảo toàn động lượng:  $\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_3 + \vec{p}_4$  hay  $m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_4 \vec{v}_3 + m_4 \vec{v}_4$

+ Bảo toàn năng lượng:  $K_{x_1} + K_{x_2} + \Delta E = K_{x_3} + K_{x_4}$  Trong đó:  $\Delta E$  là năng lượng phản ứng hạt nhân.

$K_x = \frac{1}{2} m_x v_x^2$  là động năng chuyển động của hạt X

**Lưu ý:** - Không có định luật bảo toàn khối lượng.

- Mỗi quan hệ giữa động lượng  $p_x$  và động năng  $K_x$  của hạt X là:  $p_x^2 = 2m_x K_x$

- Khi tính vận tốc  $v$  hay động năng  $K$  thường áp dụng quy tắc hình bình hành

Ví dụ:  $\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$  biết  $\varphi = \angle(\vec{p}_1, \vec{p}_2)$

$$p^2 = p_1^2 + p_2^2 + 2p_1 p_2 \cos \varphi$$

$$\text{hay } (mv)^2 = (m_1 v_1)^2 + (m_2 v_2)^2 + 2m_1 m_2 v_1 v_2 \cos \varphi$$

$$\text{hay } mK = m_1 K_1 + m_2 K_2 + 2\sqrt{m_1 m_2 K_1 K_2} \cos \varphi$$

Tương tự khi biết  $\varphi_1 = \angle(\vec{p}_1, \vec{p})$  hoặc  $\varphi_2 = \angle(\vec{p}_2, \vec{p})$

Trường hợp đặc biệt:  $\vec{p}_1 \perp \vec{p}_2 \Rightarrow p^2 = p_1^2 + p_2^2$

Tương tự khi  $\vec{p}_1 \perp \vec{p}$  hoặc  $\vec{p}_2 \perp \vec{p}$

$$v = 0 (p = 0) \Rightarrow p_1 = p_2 \Rightarrow \frac{K_1}{K_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{m_2}{m_1} \approx \frac{A_2}{A_1}$$

Tương tự  $v_1 = 0$  hoặc  $v_2 = 0$ .

3. Tính lượng nhiệt khác nhiên liệu hạt nhân tương đương, dùng công thức:  $Q = m \cdot q$  với  $q$  là năng suất tỏa nhiệt (đơn vị J/kg).

4. Khối lượng Mặt Trời giảm đi sau thời gian  $t$  khi biết công suất của bức xạ Mặt Trời là  $P$  được xác định:

$$\Delta m = \frac{\Delta E}{c^2} = \frac{P \cdot t}{c^2}$$

### PHẦN III. PHỤ LỤC

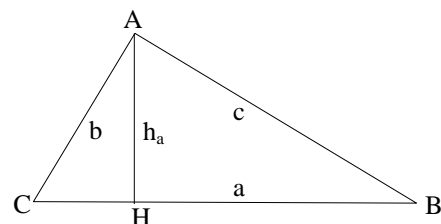
I. Các hệ thức trong tam giác vuông.

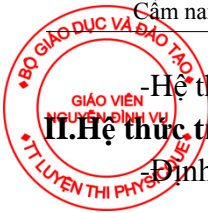
- Định lý Pi-ta-go:  $a^2 = b^2 + c^2$

- Hệ thức lượng trong tam giác vuông:

$$\sin \alpha = \frac{\text{Doi}}{\text{Huyen}}; \cos \alpha = \frac{\text{Ke}}{\text{Huyen}}; \tan \alpha = \frac{\text{Doi}}{\text{Ke}}$$

- Hệ thức về đường cao:  $\frac{1}{h_a^2} = \frac{1}{AC^2} + \frac{1}{AB^2}$



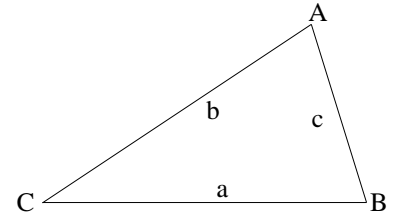


-Hệ thức về các hình chiếu của các cạnh:  $AC^2 = CH.CB$ ;  $AH^2 = HC.HB$ ;  $AC.AB = AH.CB$

## II. Hệ thức trong tam giác thường.

-Định lý hàm số cosin:  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A$

-Định lý hàm số sin:  $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$



## III. Giá trị của một số góc đặc biệt.

-Bảng giá trị các góc đặc biệt:

Góc	$0^0$	$30^0$	$45^0$	$60^0$	$90^0$	$120^0$	$135^0$	$150^0$	$180^0$	$360^0$
	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	$\pi$	$2\pi$
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	1
$\text{tg} \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	kxd	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	0
$\text{cotg} \alpha$	kxd	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	-1	$-\sqrt{3}$	kxd	kxd

-Vòng tròn lượng giác :

